

1. 분수 $\frac{a}{12}$ 와 $\frac{a}{45}$ 가 유한소수일 때, a 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\frac{a}{12} = \frac{a}{2^2 \times 3}$$

$$\frac{a}{45} = \frac{a}{3^2 \times 5}$$

a 는 3 과 3^2 의 최소공배수이다.

$$\therefore a = 3^2 = 9$$

2. $x = 4.566666\cdots$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $4.\dot{5}\dot{6}$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디가 56이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{92}{33}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수이다.

해설

- ① $4.5\dot{6}$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디는 6이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{137}{30}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다.
- ⑤ 순환하는 무한소수이다.

3. $2^3 = A$ 라 할 때, 다음 중 $4^7 \div 4^4$ 의 값과 같은 것은?

① A

② A^2

③ A^3

④ $\frac{1}{A}$

⑤ $\frac{1}{A^2}$

해설

$$4^7 \div 4^4 = 4^3 = 2^6 = (2^3)^2 \text{ 이므로 } A^2 \text{ 이다.}$$

4. 다음 중 계산 결과가 ab 가 아닌 것은?

① $a^2b \times a^2b^3 \div a^3b^3$

② $(-a)^2 \div ab \times b^2$

③ $a^3b^4 \div (-a) \div (-ab^3)$

④ $ab^2 \times a^2b \div (-ab)^2$

⑤ $b \div a^3 \times a^4b$

해설

① $a^2b \times a^2b^3 \div a^3b^3 = a^2b \times a^2b^3 \times \frac{1}{a^3b^3} = ab$

② $(-a)^2 \div ab \times b^2 = a^2 \times \frac{1}{ab} \times b^2 = ab$

③ $a^3b^4 \div (-a) \div (-ab^3) = a^3b^4 \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-ab^3)} = ab$

④ $ab^2 \times a^2b \div (-ab)^2 = ab^2 \times a^2b \times \frac{1}{a^2b^2} = ab$

⑤ $b \div a^3 \times a^4b = b \times \left(\frac{1}{a}\right)^3 \times a^4b = ab^2$

5. 한 변의 길이가 $4a$ 인 정육면체의 부피의 계수를 A , a 의 차수를 B 라 할 때, $A \div B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{64}{3}$

해설

(정육면체의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이)

(정육면체의 부피) = $4a \times 4a \times 4a = 64a^3$ 이다.

따라서, 정육면체 부피의 계수는 64이고, 차수는 3이다.

$$A \div B = \frac{64}{3} \text{이다.}$$

6. $\frac{2x+y}{4} + \frac{x-3y}{3} = ax + by$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① $\frac{1}{12}$

② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2x+y}{4} + \frac{x-3y}{3} &= \frac{3(2x+y)}{12} + \frac{4(x-3y)}{12} \\ &= \frac{6x+3y}{12} + \frac{4x-12y}{12} \\ &= \frac{6x+3y+4x-12y}{12} \\ &= \frac{10x-9y}{12} \\ &= \frac{10}{12}x - \frac{9}{12}y\end{aligned}$$

$$\therefore a+b = \frac{10}{12} + \left(-\frac{9}{12}\right) = \frac{1}{12}$$

7. $\frac{4a-3b}{5} - \frac{5a-4b}{7}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{a-b}{35}$

② $\frac{a-2b}{35}$

③ $\frac{a-3b}{35}$

④ $\frac{3a-b}{35}$

⑤ $\frac{b-a}{35}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4a-3b}{5} - \frac{5a-4b}{7} \\ &= \frac{7(4a-3b)}{35} - \frac{5(5a-4b)}{35} \\ &= \frac{28a-21b-25a+20b}{35} \\ &= \frac{3a-b}{35} \end{aligned}$$

8. 밑면의 모양이 직사각형이고, 그 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2a$, $3b$ 인 사각기둥이 있다. 이 사각기둥의 부피가 $36a^2b^2$ 일 때, 이 사각기둥의 높이는?

① $6a$

② $6b$

③ $6ab$

④ $10ab$

⑤ $10b$

해설

사각기둥의 높이를 h 라 할 때

$$2a \times 3b \times h = 36a^2b^2$$

$$6abh = 36a^2b^2$$

$$\therefore h = 6ab$$

9. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $-\frac{7}{20}$

㉡ $\frac{7}{2^2 \times 3 \times 5}$

㉢ $\frac{7}{25}$

㉣ $\frac{3}{2 \times 3^3}$

㉤ $\frac{4}{23}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{1} -\frac{7}{20} = -\frac{7}{2^2 \times 5}, \textcircled{3} \frac{7}{25} = \frac{7}{5^2}$$

이므로 유한소수이다.

10. 소수 $0.038888\cdots$ 을 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 합은?

① 938

② 935

③ 187

④ 184

⑤ 1037

해설

$$0.038888\cdots = 0.03\dot{8} = \frac{38 - 3}{900} = \frac{7}{180} \text{ 이므로}$$

분모와 분자의 합은 187 이다.

11. 부등식 $-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15}$ 를 만족시키는 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15} = 2.0\dot{6}, \quad x = 1, 2$$

12. 순환소수 $1.2\dot{4}$ 보다 $\frac{2}{3}$ 만큼 작은 수를 순환소수로 표현하면?

① $0.4\dot{2}$

② $0.5\dot{7}$

③ $0.6\dot{8}$

④ $0.7\dot{3}$

⑤ $0.8\dot{1}$

해설

$$\begin{aligned} 1.2\dot{4} - \frac{2}{3} &= \frac{124 - 12}{90} - \frac{2}{3} = \frac{112}{90} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{112 - 60}{90} = \frac{52}{90} = 0.5\dot{7} \end{aligned}$$

13. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 선우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}7$ 이 되었고, 지민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{7}{90}$

② $\frac{11}{90}$

③ $\frac{17}{90}$

④ $\frac{7}{99}$

⑤ $\frac{17}{99}$

해설

선우 : $0.\dot{1}7 = \frac{17}{99}$,

지민 : $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지민이가 본 분자})}{(\text{선우가 본 분모})} = \frac{7}{99} = A \text{ 이다.}$$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 음의 정수는 분수로 나타낼 수 없다.

② 모든 순환소수는 유리수이다.

③ 소수는 유한소수와 무한소수로 나타낼 수 있다.

④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 모든 소수는 유리수이다.

해설

① 음의 정수는 유리수이므로 분수로 나타낼 수 있다.

④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\ldots$

⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

15. $(3x^a)^b = 81x^{12}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3^b = 81 = 3^4, b = 4$$

$$x^{ab} = x^{12}$$

$$ab = 12$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 7$$

16. $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1\right) - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + 2\right) = ax^2 + bx + c$ 에서 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1\right) - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + 2\right)$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{3}x - 2$$

$$= -x^2 + x - 3$$

$$\therefore a + b + c = (-1) + 1 + (-3) = -3$$

17. $(a^2 - 3ab) \div \frac{3a}{2} - \left(ab - \frac{b^2}{2}\right) \div \frac{2}{5}b$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{11}{6}a - \frac{13}{4}b$

② $-\frac{11}{6}a + \frac{3}{4}b$

③ $\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$

④ $-\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$

⑤ $\frac{11}{6}a - \frac{4}{3}b$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - 3ab) \div \frac{3a}{2} - \left(ab - \frac{b^2}{2}\right) \div \frac{2}{5}b \\ &= (a^2 - 3ab) \times \frac{2}{3a} - \left(ab - \frac{b^2}{2}\right) \times \frac{5}{2b} \\ &= \frac{2}{3}a - 2b - \frac{5}{2}a + \frac{5}{4}b \\ &= \frac{8a - 24b - 30a + 15b}{12} \\ &= \frac{-22a - 9b}{12} \\ &= -\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b \end{aligned}$$

18. $\frac{20}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 20 번째 자리의 숫자와 소수 30 번째 자리의 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{20}{7} = 2.857142857142\cdots$ 이므로 6 개의 숫자가 반복된다. $20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 20 번째 자리의 숫자는 5 이고 $30 = 6 \times 5 + 0$ 이므로 30 번째 자리의 숫자는 2 이다. 따라서 합은 7 이다.

19. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$

㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)

㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$

㉤ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.

㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$

㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$

㉤ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.

이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢ 이 답이다.

20. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19 \text{ 이므로 } a = 19, b = 6$$

$$\therefore a + b = 19 + 6 = 25$$

21. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때,
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = ab$

② $C = ab^2$

③ $C = -3ab^2$

④ $C = 3ab^2$

⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 3ab^3 - 2ab^2, B = 4ab^2 - 1 \text{ 이다.}$$

$$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 2C = 3ab^3 + 1 \text{ 이고,}$$

$$2C = A - B - 3ab^3 - 1$$

$$\begin{aligned} 2C &= 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1 \\ &= -6ab^2 \end{aligned}$$

양변을 2로 나누면

$$C = -3ab^2 \text{ 이다.}$$

22. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

23. $4^{2a-1} \times 8^{a-2} = 16^{a+1}$ 을 만족하는 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$(2^2)^{2a-1} \times (2^3)^{a-2} = (2^4)^{a+1}$$

$$4a - 2 + 3a - 6 = 4a + 4$$

$$\therefore a = 4$$

24. n 이 자연수일 때, $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)}$ 에서

1) n 이 홀수일 때, $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수이므로 -1 의
지수는 (짝수) $\times$ (홀수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

2) n 이 짝수일 때, $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 는 짝수이므로 -1 의
지수는 (홀수) $\times$ (짝수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

따라서, 자연수 n 의 값에 관계없이 $(n+1)(n+2)$ 는 짝수가
되므로

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)} = 1$ 이 항상 성립한다.

25. $\frac{2x^2 + 7x - 15}{x + 5} = mx + n$ 일 때, 정수 m, n 의 값을 구하여라. (단, $x \neq -5$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 2$

▷ 정답 : $n = -3$

해설

$$\frac{2x^2 + 7x - 15}{x + 5} = mx + n$$

양변에 $(x + 5)$ 를 곱하면

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x - 15 &= (mx + n)(x + 5) \\ &= mx^2 + (5m + n)x + 5n \end{aligned}$$

따라서 $m = 2, n = -3$