

1. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$$

$$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$$1 + 2 + k = 0 \text{ 이므로 } k = -3$$

2. 두 이차방정식 $ax^2 + 4x + 2 = 0$, $x^2 + ax + 1 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{3}$

② $-\frac{7}{2}$

③ $-\frac{5}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{5}{7}$

해설

공통근을 t 라 하면

$$at^2 + 4t + 2 = 0 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$t^2 + at + 1 = 0 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{\Gamma} - \textcircled{\text{L}} \times 2 : (a-2)t^2 + (4-2a)t = 0$$

$$(a-2)t(t-2) = 0$$

이때, $a = 2$ 이면 두 방정식은 서로 같으므로 $a \neq 2$

그런데 $t = 0$ 이면 $\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\text{L}}$ 의 해가 존재하지 않으므로 $t = 2$

따라서 $\textcircled{\text{L}}$ 에서 $2a + 5 = 0$

$$\therefore a = -\frac{5}{2}$$

3. x, y 에 대한 연립방정식
$$\begin{cases} x + y = a + 2 \\ xy = \frac{a^2 + 1}{4} \end{cases}$$

이 실근을 가질 때, 실수 a 의 범위를 구하면?

① $a \geq -\frac{3}{4}$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $-1 < a < 1$

④ $a \leq \frac{2}{3}$

⑤ $a < 2$

해설

$$\begin{cases} x + y = a + 2 \\ xy = \frac{a^2 + 1}{4} \end{cases}$$

의 해 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은 $t^2 -$

$$(a + 2)t + \frac{a^2 + 1}{4} = 0$$

위의 방정식이 실근을 가지려면

$$D = (a + 2)^2 - 4 \times \frac{a^2 + 1}{4} \geq 0$$

$$4a + 3 \geq 0$$

$$\therefore a \geq -\frac{3}{4}$$

4. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① -1

② 1

③ $-i$

④ i

⑤ 2002

해설

$\frac{1+i}{1-i}$ 을 유리화 하면 $\frac{1+i}{1-i} = i$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006} = i^{2006} = (i^4)^{501} i^2 = -1$$

5. $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i, i^4 = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} &= \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} \\ &= ((i)^4)^{12} \cdot i^2 \\ &= -1\end{aligned}$$

6. 복소수 z 에 대해 $z = i^m + i^n, m, n$ 은 양의 정수인 z 의 개수를 구하면 몇 개나 될 것인지 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 6개

② 7개

③ 8개

④ 9개

⑤ 10개

해설

$$m = 1, n = 1, z = i + i = 2i$$

$$m = 1, n = 2, z = i - 1$$

$$m = 1, n = 3, z = i - i = 0$$

$$m = 1, n = 4, z = i + 1$$

$$m = 1, n = 5, z = i + i = 2i$$

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|----------|----------|----------|----------|
| 1 | $2i$ | $i - 1$ | 0 | $i + 1$ |
| 2 | $-1 + i$ | -2 | $-1 - i$ | 0 |
| 3 | 0 | $-i - 1$ | $-2i$ | $-i + 1$ |
| 4 | $1 + i$ | 0 | $1 - i$ | 2 |

$$z = 0, 2, -2, 2i, -2i, 1 + i, -1 + i, -1 - i, 1 - i$$

∴ 9개

7. $f(n) = (n+1)i^n - ni^{n+1}$ 이라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, n 은 자연수이고, $i^2 = -1$ 이다.)

- ① $f(n+1) - f(n)$ 은 실수이다.
- ② $f(n+1) - f(n)$ 은 순허수이다.
- ③ $f(n) + f(n+1) + f(n+2) + f(n+3)$ 은 실수이다.
- ④ $f(n) + f(n+1) + f(n+2) + f(n+3)$ 은 순허수이다.
- ⑤ $f(1) + f(2) + \dots + f(8)$ 은 순허수이다.

해설

k 가 정수일 때 $i^{4k} = 1, i^{4k+1} = i,$

$i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i$ 이므로

$$f(1) = 2i + 1, f(2) = -3 + 2i, f(3) = -4i - 3, f(4) = 5 - 4i$$

$$f(5) = 6i + 5, f(6) = -7 + 6i, f(7) = -8i - 7, f(8) = 9 - 8i$$

① $f(3) - f(2) = -6i$ (거짓)

② $f(2) - f(1) = -4$ (거짓)

③ $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = -4i$ (거짓)

④ $f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 4$ (거짓)

⑤ $f(1) + f(2) + \dots + f(8)$

$$= \{f(1) + f(2) + f(3) + f(4)\}$$

$$+ \{f(5) + f(6) + f(7) + f(8)\}$$

$$= -4i - 4i = -8i \text{ (참)}$$

8. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 4$$

$$\therefore x + y = 6$$

해설

$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) \geq 0$$

$$y^2 - 8y + 16 \leq 0$$

$$(y - 4)^2 \leq 0, y = 4$$

준식에 대입하면 $x = 2$

따라서 $x + y = 6$

9. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 2a - 1 = 0$ 이 실근을 가질 실수 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a \geq -\frac{2}{3}$

해설

$3x^2 - 2x - (2a + 1) = 0$ 에서
 x 의 일차항의 계수가 $2b'$ 의 꼴이므로

$$\frac{D}{4} = 1 + 3(2a + 1) \geq 0$$

정리하면

$$6a \geq -4$$

$$\therefore a \geq -\frac{2}{3}$$

10. x 에 대한 이차방정식 $2x^2 - 2(1-a-b)x + \{1 + (a+b)^2\} = 0$ 의 근이 실수일 때, $a^3 + b^3 - 3ab + 4$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

실근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (1-a-b)^2 - 2\{1+(a+b)^2\}$$

$$= 1 - 2(a+b) + (a+b)^2 - 2 - 2(a+b)^2 \geq 0$$

$$\therefore (a+b)^2 + 2(a+b) + 1 \leq 0$$

즉, $(a+b+1)^2 \leq 0$ 이고 a, b 는 실수이므로

$$a+b+1=0$$

$$\therefore a+b=-1$$

$$\therefore a^3 + b^3 - 3ab + 4$$

$$= (a+b)^3 - 3ab(a+b) - 3ab + 4$$

$$= (-1)^3 - 3ab(-1) - 3ab + 4$$

$$= 3$$

11. 이차함수 $y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 $2m$ 만큼 평행이동한 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 때, 정수 m 의 최솟값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로

$2m$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - 2m = -(x - m)^2 - 6(x - m) - 3$$

즉, $y = -x^2 + 2(m - 3)x - m^2 + 8m - 3$ 이

그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (m - 3)^2 - m^2 + 8m - 3 > 0$$

$$2m + 6 > 0$$

$$\therefore m > -3$$

따라서 정수 m 의 최솟값은 -2 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 한 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + ax + a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = x + 1 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 y 를 소거하여 정리하면

$$x^2 + ax + a = x + 1$$

$$\therefore x^2 + (a-1)x + a-1 = 0$$

㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 D 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$$

$$\therefore (a-1)\{(a-1) - 4\} = 0$$

$$\therefore (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } 5$$

따라서 구하는 a 의 값은 6

13. 이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x = x + 12 - a^2$

즉, $x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 - 12 = 0$ 의 두 근이다.

그런데 두 교점이 원점에 대하여 대칭이므로 위의 이차방정식의 두 근의 합은 0이고, 두 근의 곱은 음이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a^2 - 4a + 4 = 0 \text{ 에서 } (a - 2)^2 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$a^2 - 12 < 0 \text{ 에서 } -2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 2$$

14. $y = x^2 + (m - 1)x + m$, $y = x$ 를 동시에 만족하는 (x, y) 가 없도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $4 - 2\sqrt{2} \leq m \leq 4 + 2\sqrt{2}$

② $4 - 2\sqrt{3} < m < 4 + 2\sqrt{3}$

③ $2 - 2\sqrt{3} < m < 2 + 2\sqrt{3}$

④ $m \leq 4 - 2\sqrt{2}$ 또는 $m \geq 4 + 2\sqrt{2}$

⑤ $m < 4 - 2\sqrt{3}$ 또는 $m > 4 + 2\sqrt{3}$

해설

두 함수 $y = x^2 + (m - 1)x + m$, $y = x$ 의 그래프는 교점이 없어야 한다.

$$x^2 + (m - 1)x + m = x,$$

$$x^2 + (m - 2)x + m = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (m - 2)^2 - 4m < 0$$

$$m^2 - 8m + 4 < 0$$

$$\therefore 4 - 2\sqrt{3} < m < 4 + 2\sqrt{3}$$

15. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| < 3 \\ x^2 - x - 1 \geq 1 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x < 4$
 ② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$
 ③ $-1 \leq x \leq 2$
 ④ $-1 \leq x \leq 2$ 또는 $x > 4$
 ⑤ $-2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

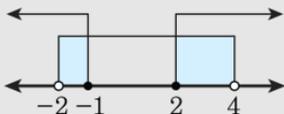
해설

$$-3 < x - 1 < 3,$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0, (x-2)(x+1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 2$$



$$\therefore -2 < x \leq -1 \text{ 또는 } 2 \leq x < 4$$

16. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 \leq 3x \\ x^2 + x \geq 2 \end{cases} \quad \text{의 해가 부등식}$$

$ax^2 + 2bx - 6 \geq 0$ 의 해와 같을 때, ab 의 값을 구하면?

① 8

② 4

③ 2

④ -4

⑤ -8

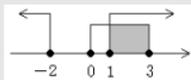
해설

$$x^2 - 3x \leq 0, x(x-3) \leq 0$$

$$0 \leq x \leq 3$$

$$x^2 + x - 2 \geq 0, (x+2)(x-1) \geq 0$$

$$x \leq -2, x \geq 1$$



$$(x-1)(x-3) \leq 0, x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

$$\rightarrow -2x^2 + 8x - 6 \geq 0$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore ab = -8$$

17. x 에 대한 방정식 $x^2 - 2kx + (2k^2 - 3k) = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $(\alpha - \beta)^2 \leq 8$ 를 만족하는 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 - 2kx + (2k^2 - 3k) = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 - (2k^2 - 3k) \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq k \leq 3 \cdots \textcircled{1}$$

또, $\alpha + \beta = 2k$, $\alpha\beta = 2k^2 - k$ 이므로

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \leq 8$$

$$(2k)^2 - 4(2k^2 - k) \leq 8$$

$$k^2 - 3k + 2 \geq 0 \quad (k-1)(k-2) \geq 0$$

$$\therefore k \leq 1, \quad k \geq 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $0 \leq k \leq 1$ 또는 $2 \leq k \leq 3$

$$\therefore M = 3, \quad m = 0$$

$$\therefore M + m = 3$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases}$ 의 해는?

① $-2 \leq x < 3$

② $-2 < x < 3$

③ $2 \leq x < 3$

④ $2 < x \leq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 - 2x + x - 2 \geq 0$ 에서

$x^2(x-2) + (x-2) \geq 0$

$\therefore (x-2)(x^2+1) \geq 0$

$x^2+1 > 0$ 이므로 $x-2 \geq 0$

$\therefore x \geq 2 \cdots (가)$

$x^2 - x - 6 < 0$ 에서 $(x-3)(x+2) < 0$

$\therefore -2 < x < 3 \cdots (나)$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면

$2 \leq x < 3$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② $\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{22}{25}$ ④ $\frac{22}{5}$ ⑤ -2

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = 5$$

$$\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^2}$$

$$= \frac{8 - 15 \times 2}{25} = -\frac{22}{25}$$

20. $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(1+p\alpha+\alpha^2)(1+p\beta+\beta^2)$ 의 값을 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 13

해설

α, β 가 $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha^2 + (p-3)\alpha + 1 = 0 \dots\dots ①$$

$$\beta^2 + (p-3)\beta + 1 = 0 \dots\dots ②$$

$$①\text{에서 } 1 + p\alpha + \alpha^2 = 3\alpha$$

$$②\text{에서 } 1 + p\beta + \beta^2 = 3\beta$$

$$\therefore (1 + p\alpha + \alpha^2)(1 + p\beta + \beta^2)$$

$$= 3\alpha \cdot 3\beta$$

$$= 9\alpha\beta$$

$$= 9 (\because \alpha\beta = 1)$$

21. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + (m^2 - 1) = 0$ 이 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하면? (단, m 은 실수이다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$D = (m+1)^2 - 4(m^2 - 1) \geq 0, 3m^2 - 2m - 5 \leq 0, (3m-5)(m+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq m \leq \frac{5}{3}$$

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -(m+1), \alpha\beta = m^2 - 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= \{-(m+1)\}^2 - 2(m^2 - 1)$$

$$= -m^2 + 2m + 3 = -(m-1)^2 + 4$$

따라서, 구하는 최솟값은 0 ($m = -1$ 일 때)

22. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $g(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3$ 라 할 때, $g(\alpha) \cdot g(\beta)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 8

④ 11

⑤ 13

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 1$

또, $g(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3$

$= (x^2 - 3x + 1)(x + 2) + 2x + 1$

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 근이므로

$g(\alpha) = 2\alpha + 1$, $g(\beta) = 2\beta + 1$

$\therefore g(\alpha)g(\beta) = (2\alpha + 1)(2\beta + 1)$

$= 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 1$

$= 4 + 6 + 1 = 11$

23. 다음 방정식을 만족하는 양의 정수의 값이 아닌 것은?

$$x^2 - 3xy + 2y^2 + 6 = 0$$

① 5

② 7

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = -6$ 의 좌변을 인수분해하면 $(x - y)(x - 2y) = -6$ 이 때, x, y 는 양의 정수이므로 $x - y, x - 2y$ 도 정수이고 $x - y > x - 2y$ 이다.

따라서, $x - y, x - 2y$ 의 값은 다음 표와 같다.

| | | | | |
|----------|----|----|----|----|
| $x - y$ | 1 | 2 | 3 | 6 |
| $x - 2y$ | -6 | -3 | -2 | -1 |

그러므로 각각을 연립하여 풀면 구하는 x, y 의 값은

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 7 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = 13 \\ y = 7 \end{cases}$$

24. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$ 이 정수근을 가질 때, 정수 m 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + mx + x^2 - 1 = 0$ 에서 근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4(m^2 - 1)}}{2}$$

이 때, x 가 정수이므로

$\sqrt{m^2 - 4(m^2 - 1)} = k$ (단, k 는 정수는 $k \geq 0$)라 하면

$$-3m^2 + 4 = k^2$$

따라서, m 의 개수는 $-1, 0, 1$ 로 3개다.

25. 이차방정식 $x^2 - nx + 2n + 1 = 0$ 이 양의 정수근을 두 개 가질 때 두 근과 n 의 값의 합은 ?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$\alpha + \beta = n, \alpha\beta = 2n + 1$ 에서 n 을 소거하여 정리하면

$$\alpha\beta - 2\alpha - 2\beta - 1 = 0, (\alpha - 2)(\beta - 2) = 5$$

$$\therefore \alpha - 2 = 1, \beta - 2 = 5 \text{ 또는 } \alpha - 2 = 5, \beta - 2 = 1$$

(양의 근이므로 두 곱이 $(-1)(-5)$ 인 경우 제외)

$$\therefore (\alpha, \beta) = (3, 7), (7, 3) \text{ 이 때 } n = 10$$

$$\therefore \alpha + \beta + n = 20$$

26. 두 방정식 $\begin{cases} ab + bc = 44 \\ ac + bc = 23 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 양의 정수쌍 (a, b, c)

의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$c(a + b) = 23$ 에서 23은 소수이므로, 두 인수는 1, 23이다.
 a, b 는 양의 정수이므로, $a + b > 1$ 이고 $c = 1$, $a + b = 23$
 이것을 처음 식에 대입하면

$$a(23 - a) + (23 - a) = 44, a^2 - 22a + 21 = 0$$

$\therefore (a, b) = (1, 22), (21, 2)$ 그러므로 만족하는 양의 정수쌍
 (a, b, c) 는

$(1, 22, 1), (21, 2, 1)$ 의 2개이다.

27. 어떤 직사각형의 세로의 길이가 가로 길이에서 1cm 을 더한 후 2 배한 것과 같다고 한다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 20cm 이상 35 cm 미만이고, 가로의 길이를 x cm 라 할 때, x 의 범위로 옳은 것은?

① $\frac{8}{3} \leq x \leq \frac{31}{6}$

② $\frac{8}{3} < x \leq \frac{31}{6}$

③ $\frac{8}{3} < x < \frac{31}{6}$

④ $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$

⑤ $\frac{8}{3} \leq x$

해설

가로의 길이를 x cm 라고 하면 세로의 길이를 $2(x+1)$ cm 이다. 이러한 직사각형의 둘레의 길이를 식으로 나타내면 $2x+2 \times 2(x+1)$ 이고, 정리하면 $6x+4$ 이다. 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만을 식으로 표현하면, $20 \leq 6x+4 < 35$ 이므로 이를 연립

부등식으로 바꾸면 $\begin{cases} 20 \leq 6x+4 \\ 6x+4 < 35 \end{cases}$ 이고 정리하면 $\begin{cases} x \geq \frac{8}{3} \\ x < \frac{31}{6} \end{cases}$

이다.

따라서 가로의 길이의 범위는 $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$ 이다.

28. 민수는 각각 a , $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a + 4 < a + (a + 2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

29. 가위로 어떤 볼록사각형의 대각선을 따라 잘랐더니 세 변의 길이가 각각 4, 5, y 인 삼각형 A 와 12, y , x 인 삼각형 B 가 만들어졌다. 삼각형 A 의 변의 길이 중 y 가 가장 길고, 삼각형 B 의 변의 길이 중 y 가 가장 짧을 때, x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < x < 21$

해설

삼각형 A 에서 $y < 4 + 5$, 즉 $y < 9$

삼각형 B 에서

1) x 가 가장 긴 변인 경우 : $x < y + 12$

그런데 $y < 9$ 이므로 $x < y + 12 < 9 + 12$

$\therefore x < 21$

2) 12 가 가장 긴 변인 경우 : $12 < x + y$

그런데 $y < 9$ 이므로 $12 < x + y < x + 9$

$\therefore x > 3$

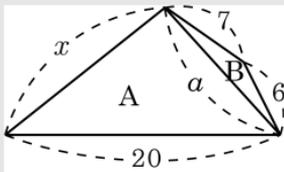
따라서 1), 2)에 의해서 $3 < x < 21$ 이다.

30. 길이가 각각 6, 7, 20, x 인 선분을 끝점끼리 이어 붙여 볼록한 사각형을 만들 수 있는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $7 < x < 33$

해설



위의 그림과 같이 보조선을 그어 그 길이를 a 라 하자.

삼각형 B 에서 $a < 7 + 6$, 즉 $a < 13$

삼각형 A 에서

1) x 가 가장 긴 변인 경우 : $x < a + 20$

그런데 $a < 13$ 이므로 $x < a + 20 < 13 + 20$

$$\therefore x < 33$$

2) 20 이 가장 긴 변인 경우 : $20 < a + x$

그런데 $a < 13$ 이므로 $20 < a + x < 13 + x$

$$\therefore x > 7$$

따라서 1), 2)에 의해서 $7 < x < 33$ 이다.

31. 부등식 $[x - 1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2 \leq x < 1$

② $-2 \leq x < 0$

③ $-1 \leq x < 1$

④ $-1 \leq x < 0$

⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$x - 1 = A \text{ 라 하면 } x = A + 1$$

$$\therefore [A]^2 + 3[A + 1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$$

$$[A]([A] + 3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$$

$$-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x - 1 < 0 \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x < 1$$

32. $6[x]^2 - 31[x - 1] - 13 < 0$ 을 풀면? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 3$

② $-2 \leq x < 5$

③ $0 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 5$

⑤ $1 \leq x < 6$

해설

$$n \leq [x] < n + 1 \text{에서}$$

$$n - 1 < [x - 1] < n \text{이므로}$$

$$[x - 1] = [x] - 1$$

$$\therefore 6[x]^2 - 31[x - 1] - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31([x] - 1) - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$$

$$\therefore (2[x] - 9)(3[x] - 2) < 0$$

$$\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$$

$$\therefore 1 \leq [x] \leq 4 \text{이므로}$$

$$[x] = 1, 2, 3, 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 5$$

33. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수를 나타낼 때, 부등식 $4[x]^2 - 36[x] + 45 < 0$ 를 만족하는 x 의 최대 정수값을 M , 최소 정수값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$4[x]^2 - 36[x] + 45 < 0$$

$$(2[x] - 3)(2[x] - 15) < 0$$

$$\frac{3}{2} < [x] < \frac{15}{2} \quad \therefore [x] = 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$\therefore M = 7, m = 2 \quad \therefore M - m = 5$$