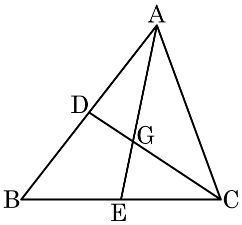
1. 삼각형 ABC 에서 D, E는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$의 길이를 구하면?



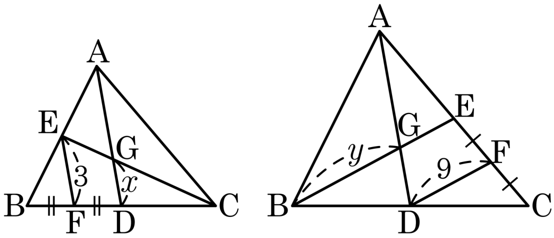
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 8cm

해설

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{CG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\therefore \overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{CD} = \frac{1}{3} \times 12 = 4\,(\text{cm})$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $y-x$를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

왼쪽 삼각형에서

$\overline{BF}=\overline{FD}$, $\overline{AE}=\overline{EB}$이므로

$\overline{AD}=2\overline{EF}=6$

점 G가 무게중심이므로 $x=6\times\dfrac{1}{3}=2$

오른쪽 삼각형에서

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로 $\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$

$2:3=\overline{EG}:9$

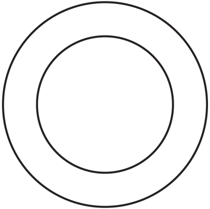
$\overline{EG}=6$

$2:1=y:6$

$\therefore y=12$

따라서 $y-x=12-2=10$이다.

3. 다음 그림에서 작은 원의 둘레의 길이는 8πcm 이고, 작은 원과 큰 원의 닮음비가 2 : 3 일 때, 큰 원의 넓이는?



① $12\pi\text{cm}^2$ ② $16\pi\text{cm}^2$ ③ $18\pi\text{cm}^2$

④ $24\pi\text{cm}^2$ ⑤ $36\pi\text{cm}^2$

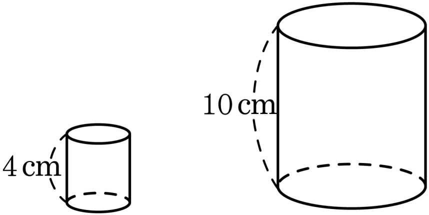
해설

작은 원의 둘레의 길이가 8πcm 이므로 넓이는 $16\pi\text{cm}^2$ 이다.
두 원의 닮음비가 2 : 3 이므로 넓이의 비는 4 : 9 이다.

$4 : 9 = 16\pi : x$

$\therefore\ x = 36\pi(\text{cm}^2)$

4. 다음 두 도형은 서로 닮음이다. 작은 원기둥과 큰 원기둥의 겉넓이의 비는?



① 4 : 3 ② 4 : 9 ③ 16 : 9 ④ 25 : 9 ⑤ 4 : 25

해설

닮음비가 2 : 5 이므로, 겉넓이의 비는
$2^2 : 5^2 = 4 : 25$ 이다.

5. 부피의 비가 $27:64$ 인 두 정육면체에서 작은 정육면체의 한 모서리의 길이가 6cm 일 때, 큰 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

① 2cm ② 4cm ③ 8cm ④ 12cm ⑤ 16cm

해설

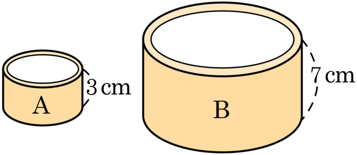
닮음비가 $a:b$ 라 하면 부피 비는 세제곱의 비이므로 $a^3:b^3=27:64$

따라서 $a:b=3:4$ 이다.

큰 정육면체의 모서리의 길이를 x 라 하면 $6:x=3:4$

$\therefore\ x=8(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림의 그릇 A, B 는 원기둥 모양의 닮은 도형이다. 그릇 A 에 물을 받아 그릇 B 를 가득 채우려면 그릇 A 로 최소한 몇 번 부어야 하겠는가?



① 11 번 ② 12 번 ③ 13 번 ④ 14 번 ⑤ 15 번

해설

$3^3 : 7^3 = 27 : 343$

$343 \div 27 = 12.703\cdots$

최소한 13 번 부어야 가득 채울 수 있다.

7. 직각삼각형 ABC의 각 변의 길이는 $x-1$, x, $x+1$ 이다. x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

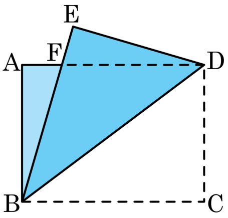
$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 4(\because x > 0)$

8. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle$BFD 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형

② $\angle F = 90°$ 인 직각삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

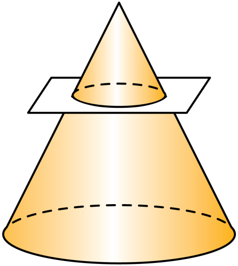
④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형

⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\triangle$BFD 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

9. 높이가 20cm 인 원뿔을 다음 그림과 같이 밑면과 평행하게 잘랐더니 원뿔과 원뿔대의 부피의 비가 $8 : 117$ 이 되었다. 원뿔과 원뿔대의 높이를 각각 구하면?



① 5cm, 15cm ② 6cm, 14cm

③ 7cm, 13cm ④ 8cm, 12cm

⑤ 9cm, 11cm

해설

자른 후의 원뿔과 처음 원뿔의 부피의 비는

$8 : (8 + 117) = 8 : 125 = 2^3 : 5^3$

닮음비는 $2 : 5$ 이다.

따라서 자른 원뿔과 원뿔대의 높이의 비는 $2 : 3$ 이므로

원뿔의 높이는 $\frac{2}{5} \times 20 = 8(\mathrm{cm})$,

원뿔대의 높이는 $\frac{3}{5} \times 20 = 12(\mathrm{cm})$ 이다.

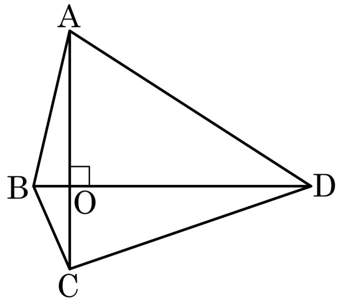
10. 컴퓨터 모니터의 크기는 화면의 대각선의 길이로 나타낸다. 18 인치 모니터의 둘레가 54cm 일 때, 20 인치 모니터의 가로의 길이와 세로의 길이의 합을 구하면?

① 25cm ② 30cm ③ 35cm ④ 40cm ⑤ 45cm

해설

18 인치 모니터와 20 인치 모니터의 닮음비는 $18 : 20 = 9 : 10$ 이다. 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 20 인치 모니터의 둘레의 길이는 $9 : 10 = 54 : x$ 에서, $x = 60(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 20 인치 모니터의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 $60 \div 2 = 30(\mathrm{cm})$ 이다.

11. 다음과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는 $\boxed{}$ 이 성립한다.
안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



① $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$

② $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$

③ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$

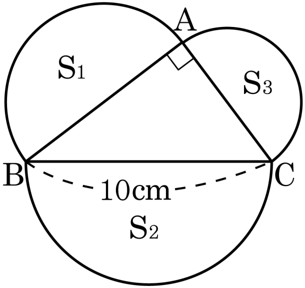
④ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

⑤ $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설

$\triangle$ABO 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$
$\triangle$CDO 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$
$\triangle$BCO 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$
$\triangle$ADO 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$

12. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 △ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 라고 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$

④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

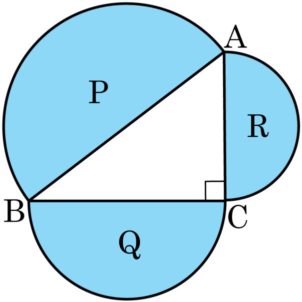
해설

$S_1+S_3=S_2$

$S_1+S_2+S_3=2S_2$

$\therefore 2\times\pi\times5^2\times\dfrac{1}{2}=25\pi(\text{cm}^2)$

13. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



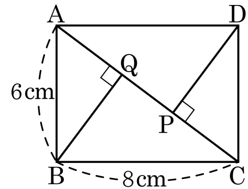
① $P = Q + R$　② $P = QR$　③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$　⑤ $P = Q - R$

해설

작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.

① $P = Q + R$

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8.64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$

$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$

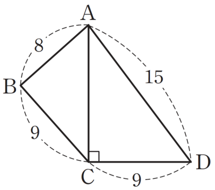
$\overline{BQ} = \dfrac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

15.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^{\circ}$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형

② 정삼각형

③ 예각삼각형

④ 둔각삼각형

⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

16. 좌표평면 위의 두 점 $P(3,\ 4)$, $Q(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

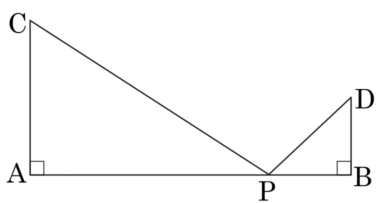
$$\overline{PQ}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$$
$$= (x-3)^2 + 64 = 100$$

$(x-3)^2 = 36$

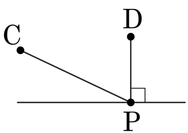
$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

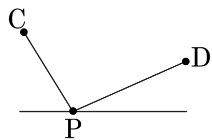
17. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?



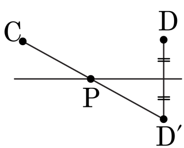
①



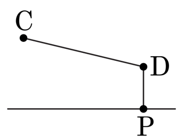
②



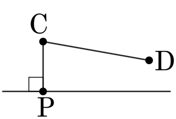
③



④



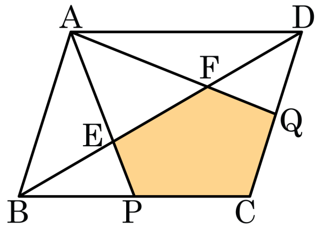
⑤



해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 BC , CD 의 중점을 각각 P , Q 라 하고, □ABCD 의 넓이가 90cm^2 일 때, 오각형 EPCQF 의 넓이는?



① 20cm^2　　② 25cm^2　　③ 30cm^2

④ 35cm^2　　⑤ 40cm^2

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 G 라 하면, △ABC 에서 점 E 는 무게중심이다.

무게중심의 성질에 의해 $\overline{GE} : \overline{EB} = 1 : 2$ 이다.

□ABCD 의 넓이가 $90\,\text{cm}^2$ 이므로

$\triangle BCD = 45\,\text{cm}^2$, $\triangle BGC = 22.5(\text{cm}^2)$ 이고

$\triangle BEC = \frac{2}{3}\triangle BGC = 15(= \text{DDcmsq})$

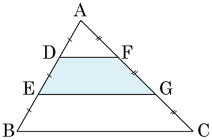
$\triangle BEP = \triangle BEC \times \frac{1}{2} = 7.5(\text{cm}^2)$

따라서

$$\begin{aligned}&(\text{오각형EPCQF})\\&= \triangle BCD - (\triangle BEP + \triangle FQD)\\&= 45 - 7.5 \times 2 = 30(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 삼등분점을 각각 D, E 와 F, G 라 하고, $\square EBCG$ 의 넓이가 $a\text{cm}^2$ 일 때, $\square DEGF$ 의 넓이를 a 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{3}{5}a$

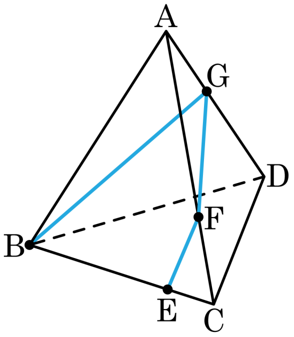
해설

$\triangle ADF : \triangle AEG : \triangle ABC = 1 : 4 : 9$ 이므로

$\triangle ADF : \square DEGF : \square EBCG = 1 : (4-1) : (9-4) = 1 : 3 : 5$

$\therefore$ ($\square DEGF$의 넓이) $= \dfrac{3}{5}\square EBCG = \dfrac{3}{5}a$

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12cm 인 정사면체의 모서리 BC 를 3 : 1 로 내분하는 점 E 를 출발하여 모서리 AC 위의 점 F, 모서리 AD 위의 점 G 를 차례로 지난 후 B 에 도달하게 실을 감으려고 한다. 실의 길이가 최소가 될 때, $\overline{AF}+\overline{AG}$ 를 구하여라.

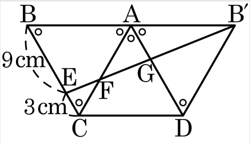


▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $\frac{117}{10}$ cm

해설

다음 전개도에서 점 E 가 선분 BC 를 3:1로 내분하는 점이므로 $\overline{BE}=9\,\mathrm{cm}, \overline{EC}=3\,\mathrm{cm}$ 이다.



$\angle ABE=\angle B'AG=60°$ 이므로 $\overline{BE} /\!/ \overline{AG}$

$\therefore\ \overline{AG}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{9}{2}(\mathrm{cm})$

$\angle EFC=\angle GFA$ (맞꼭지각)

$\angle ECF=\angle GAF=60°$

따라서 $\triangle EFC \backsim \triangle GFA$ 이고 닮음비는

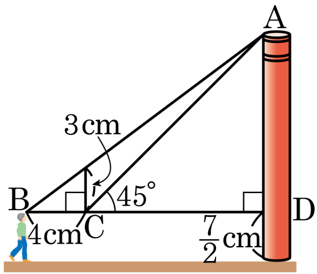
$\overline{EC}:\overline{AG}=3:\frac{9}{2}=2:3$

$\overline{AC}=12\mathrm{cm}$ 이고 $\overline{CF}:\overline{AF}=2:3$ 이므로

$\overline{AF}=\frac{3}{5}\overline{AC}=\frac{36}{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{AF}+\overline{AG}=\frac{36}{5}+\frac{9}{2}=\frac{117}{10}(\mathrm{cm})$

21. 다음 그림은 어느 공장의 굴뚝의 높이를 구하려고 B, C 두 지점에서 소각로 끝을 올려다 본 것을 축척 $\frac{1}{200}$ 로 그린 것이다. 굴뚝의 높이를 구한 것은?



① 29.5 m　② 30 m　③ 31.5 m　④ 31 m　⑤ 31.5 m

해설

축도에서 굴뚝의 높이를 $h+\frac{7}{2}$(cm) 라 하면

$4 : (4+h) = 3 : h$

$4h = 12 + 3h, h = 12$

$h + \frac{7}{2} = 15.5(\mathrm{cm})$

(실제 높이) $= 15.5 \times 200 = 3100(\mathrm{cm}) = 31(\mathrm{m})$

22. 세 변의 길이가 $a+4, 2a+3, 3a+5$ 인 삼각형 ABC 가 $\angle A > 90°$ 인 둔각삼각형일 때, a 의 최소 정수의 값을 구하여라. (단, $a > 0$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

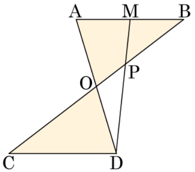
해설

$a+4, 2a+3, 3a+5$ 에서 가장 긴 변은 $3a+5$ 이고, 둔각삼각형이므로

$(3a+5)^2 > (2a+3)^2 + (a+4)^2,\ 4a^2 + 10a > 0,\ 2a^2 + 5a > 0$ 이다.

$a > 0$ 이므로 $2a+5 > 0,\ a > -\dfrac{5}{2}$ 이다. 따라서 최소 정수는 1 이다.

23. 다음 그림에서 선분 AB 와 CD 의 길이는 같고 두 선분은 서로 평행하다. 선분 AB 의 중점 M 에 대하여 선분 DM 과 BC 의 교점을 P 라 할 때, 삼각형 BMP 의 넓이는 3 이다. 삼각형 OAB 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

점 B, D 를 연결하여 삼각형 ADB 를 만들면 삼각형 OAB, OCD 는 합동이므로 $\overline{OA} = \overline{OD}$

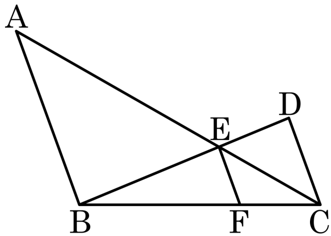
점 M은 선분 AB 의 중점이므로 점 P 는 삼각형 ABD 의 무게중심이다.

삼각형 ABD 의 넓이를 S 라 할 때,

$\triangle BMP = \dfrac{S}{6}$, $\triangle OAB = \dfrac{S}{2}$

따라서 삼각형 OAB 의 넓이는 9 이다.

24. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$, $\overline{AB} = 3\overline{EF}$ 이고, 삼각형 CEF 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

삼각형 CEF 와 삼각형 CAB 는 닮음비가 $1:3$ 으로 닮은 도형이므로 넓이비는 $1:9$

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $9 \times 12 = 108$

$\overline{BF} : \overline{FC} = 2:1$ 이므로 삼각형 BEF 와 BDC 는 닮음비가 $2:3$ 으로 닮은 도형

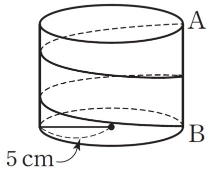
$\overline{AB} : \overline{CD} = 2:1$ 이므로 삼각형 BCD 의 넓이는 $108 \times \frac{1}{2} = 54$

삼각형 BEF 와 BCD 의 넓이비는 $4:9$ 이므로 삼각형 BEF 의 넓이는 $54 \times \frac{4}{9} = 24$

따라서 사각형 CDEF 의 넓이는 $54 - 24 = 30$ 이고, 삼각형 CDE 의 넓이는 $30 - 12 = 18$

25.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm인 원기둥에서 점 B에서 출발하여 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 A에 이르는 최단 거리가 $\frac{41}{2}\pi$ cm일 때, 원기둥의 높이를 구하시오.



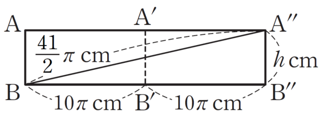
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}\pi$cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 5 = 10\pi$ (cm)

원기둥의 높이를 h cm라 하면



위의 전개도에서

$$h^2 = \left(\frac{41}{2}\pi\right)^2 - (20\pi)^2 = \frac{81}{4}\pi^2 \qquad \therefore\ h = \frac{9}{2}\pi$$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{9}{2}\pi$ cm이다.