

1. 연립부등식을 풀어서 범위를 구했을 때, 가장 많은 자연수를 포함하는 연립부등식을 골라라.

㉠

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{x+3}{2} \end{cases}$$

㉡

$$\begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases}$$

㉢

$$\begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases}$$

㉣

$$\begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{x+3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-3 < -x+6 \\ 7x+1 \geq -x-3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x < 3 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2} \leq x < 3 \text{ 이므로 자연수는 } 1, 2 \text{ 로 } 2 \text{ 개}$$

㉡

$$\begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 14 \geq 2(x+5) \\ 4(2x - 13) < -5x \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4 \end{cases}$$

$$-4 \leq x < 4 \text{ 이므로 자연수는 } 1, 2, 3 \text{ 으로 } 3 \text{ 개}$$

㉢

$$\begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x-2 < -6x \\ 6x-6 > 5x-9 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$-3 < x < 2 \text{ 이므로 자연수는 } 1 \text{ 로 } 1 \text{ 개}$$

㉣

$$\begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -12(x-2) < x-15 \\ 4(x-1) > x-9 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x > -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$x > 3 \text{ 이므로 자연수는 무수히 많다.}$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 12 \geq x - 6 \\ 5x - a \leq 4x + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 2 개일 때, 정수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x - 12 \geq x - 6$ 을 풀면 $2x \geq 6, x \geq 3$

$5x - a \leq 4x + 2$ 를 풀면 $x \leq a + 2$

따라서 $3 \leq x \leq a + 2$ 이고, 만족하는 정수의 개수가 2 개가 되려면

$4 \leq a + 2 < 5$ 이므로 $2 \leq a < 3$, 따라서 정수 a 의 값은 2 이다.

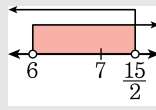
3. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x - 6 < 9 \\ 27 - 3x < 9 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} 2x < 9 + 6 \\ -3x < 9 - 27 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x < \frac{15}{2} \\ x > 6 \end{cases} \\ \therefore & x = 7 \end{aligned}$$



4. 부등식 $\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

- ① 13개 ② 9개 ③ 6개 ④ 4개 ⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

5. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

- ① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$ ② $\frac{3}{2} < x \leq 3$ ③ $2 \leq x < 3$
④ $1 \leq x < 3$ ⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로

부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

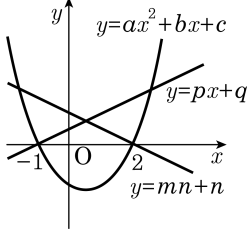
6. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + (a^2 - 5a - 6)x - a + 1 = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a 의 값을 모두 더하면?

- ① 15
- ② 17
- ③ 19
- ④ 20
- ⑤ 21

해설

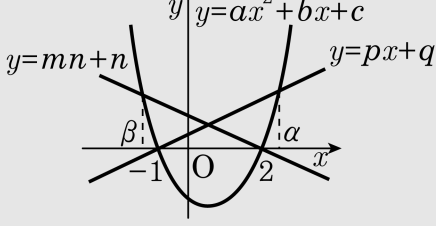
서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) < 0
양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로
(두 근의 곱) < 0 이므로
 $-a + 1 < 0 \quad \therefore a > 1 \cdots \textcircled{1}$
(두 근의 합) ≥ 0 이므로
 $-(a^2 - 5a - 6) \geq 0$
 $a^2 - 5a - 6 \leq 0$
 $(a - 6)(a + 1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 2, 3, 4, 5, 6$
 $\therefore 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$

7. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 와 두 직선 $y = px + q$, $y = mx + n$ 이 x 축 위의 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 에서 만나고 있다. 이 때, 다음 연립부등식의 해는?
- $$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$
- ① $-1 < x < 3$
② $0 < x < 2$
③ $0 < x < 3$
- ④ $-1 < x < 2$
⑤ $-2 < x < 3$



해설

주어진 연립부등식의 해는 포물선이 두 직선 보다 모두 아래에 있는 부분이다.



$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q & \cdots \textcircled{1} \\ ax^2 + bx + c < mx + n & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① 식의 근 $-1 < x < \alpha$ ($\alpha > 2$) $\cdots$ (i)

② 식의 근 $\beta < x < 2$ ($\beta < -1$) $\cdots$ (ii)

(i), (ii) 을 동시에 만족하는 x 의 범위는 $-1 < x < 2$

8. 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$$A : 5(x+2) \leq 26+x \Rightarrow x \leq 4$$

$$B : 1-x < 3(2x+1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$$

$$C : 3x-5 < -(x+1) \Rightarrow x < 1$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$$

9. 등식 $2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1 < 2x + y < 1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]
 $2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y = (\text{㉠})$ 이 된다.
 $-1 < 2x + y < 1$ 를 풀 때 y 대신 $y = (\text{㉠})$ 를 대입하면 $-1 < -x - 1 < 1$ 이 된다.
부등식을 풀면 $-2 < x < 0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.
 x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y = (\text{㉢})$ 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ $-3x - 1$

▷ 정답 : ㉡ -1

▷ 정답 : ㉢ 2

해설

$2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$$2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$$

$$2x + 4y + 1 = -x + 3y$$

$$4y - 3y = -x - 2x - 1$$

$$y = -3x - 1$$

$-1 < 2x + y < 1$ 에 y 대신 $y = -3x - 1$ 를 대입하면

$$-1 < 2x + (-3x - 1) < 1$$

$$-1 < -x - 1 < 1$$

$$0 < -x < 2$$

$$-2 < x < 0$$

정수인 x 는 -1 이 된다.

x 값을 $y = -3x - 1$ 에 대입하면 $y = 2$ 이다.

10. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.
- ⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

11. 부등식 $x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 를 만족하는 x 가 오직 1개이기 위한 양수 a 가 존재하는 구간은?

① $1 < a < 3$

② $2 < a < 5$

③ $3 < a < 6$

④ $4 < a < 7$

⑤ $6 < a < 7$

해설

$x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 의 해가

1개 존재하기 위해서는

$x^2 + ax + a + 3 = 0$ 이 중근을 가져야 한다.

$$\therefore D = a^2 - 4(a + 3)$$

$$= a^2 - 4a - 12$$

$$= (a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

12. 이차부등식 $ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0$ 의 해가 $|x| < |a|$ 과 일치하도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은 ?

① -1

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 1

해설

$$|x| < |a| \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow x^2 - a^2 < 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore a < 0, a^2 - 1 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$a = -1 \text{ 일 때 } \textcircled{1} \text{ 은 } x^2 - 1 < 0, \textcircled{2} \text{ 는 } -x^2 + b > 0$$

$$\therefore b = 1 \therefore a - b = -2$$

13. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당 판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.
올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면
올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,
판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로
올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$
작년 판매 금액이 ab 이므로
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$
이 부등식을 정리하면
 $9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$
 $(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$
 $\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$

14. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

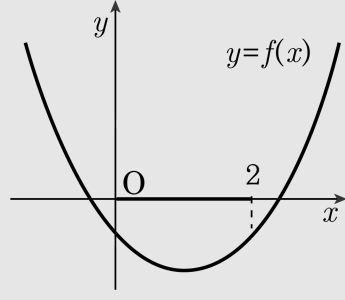
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

15. 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 4 = 0$ 의 서로 다른 두 실근 α, β 가 $\alpha < 0 < \beta$ 을 만족할 때, a 의 범위를 구하면?

- ① $a > 2$ 또는 $a < -2$
② $-\frac{4}{\sqrt{3}} < a < \frac{4}{\sqrt{3}}$
③ $a > \frac{4}{\sqrt{3}}$ 또는 $a < -\frac{4}{\sqrt{3}}$
④ $-2 < a < 2$
⑤ $2 < a < \frac{4}{\sqrt{3}}$ 또는 $-\frac{4}{\sqrt{3}} < a < -2$

해설

i) 두 실근을 가지려면 판별식이 0보다 크다.

$$\Rightarrow D = a^2 - 4(a^2 - 4) > 0$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{\sqrt{3}} < a < \frac{4}{\sqrt{3}}$$

ii) 두 근이 $\alpha < 0 < \beta$ 이라면

$x = 0$ 을 대입한 값이 0보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow a^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow -2 < a < 2$$

i), ii)의 공통 범위: $-2 < a < 2$

16. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 -2 와 2 사이에 있도록 실수 p 의 값의 범위를 구하면?

- ① $p > 5, p < 1$ ② $-\frac{5}{4} < p < 1$ ③ $-5 < p < 3$
④ $p > 1, p < -1$ ⑤ $p > 5, p < -1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p - 1$ 로 놓으면
(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D > 0$ 에서
 $(p+1)^2 - 4(2p-1) > 0$, $p^2 + 2p + 1 - 8p + 4 > 0$
 $p^2 - 6p + 5 > 0$, $(p-5)(p-1) > 0$
 $\therefore p > 5, p < 1$
(ii) $f(-2) > 0$ 에서
 $4 + 2(p+1) + 2p - 1 > 0$
 $4p + 5 > 0$, $4p > -5 \quad \therefore p > -\frac{5}{4}$
(iii) $f(2) > 0$ 에서
 $4 - 2p - 2 + 2p - 1 > 0 \therefore$ 성립
(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로
 $-2 < \frac{p+1}{2} < 2 \quad -4 < p+1 < 4$
 $\therefore -5 < p < 3$
따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서
 $\therefore -\frac{5}{4} < p < 1$

17. 이차방정식 $x^2 + mx + m + 1 = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 1 과 2 사이에 있도록 m 의 값의 범위를 정하면?

- ① $m < -1$ ② $-\frac{5}{3} < m < -1$ ③ $-\frac{5}{2} < m < 1$
④ $-\frac{5}{3} < m < 0$ ⑤ $-\frac{5}{2} < m < 0$

해설

$x^2 + mx + m + 1 = f(x)$ 라 하면,
 $f(-1) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(2) > 0$
 $\therefore 2 > 0, m + 1 < 0 \quad 2m + 2 < 0, 3m + 5 > 0$
위 네 부등식을 연립하면
 $\therefore -\frac{5}{3} < m < -1$

18. 부등식 $a+7 \leq ax+b \leq 4b+2a$ 의 해가 $2 \leq x \leq 8$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = -2, b = -1$

② $a = -1, b = 0$

③ $a = \frac{1}{3}, b = \frac{7}{3}$

④ $a = \frac{7}{3}, b = \frac{14}{3}$

⑤ $a = 2, b = -1$

해설

$$a+7 \leq ax+b \leq 4b+2a$$

(1) $a > 0$ 일 때,

$$a+7 \leq ax+b, x \geq \frac{a-b+7}{a}$$

$$ax+b \leq 4b+2a, x \leq \frac{3b+2a}{a}$$

$$\frac{a-b+7}{a} \leq x \leq \frac{3b+2a}{a}$$

$$\therefore \frac{a-b+7}{a} = 2, \frac{3b+2a}{a} = 8$$

$$\therefore a = \frac{7}{3}, b = \frac{14}{3}$$

(2) $a < 0$ 일 때

$$\frac{3b+2a}{a} \leq x \leq \frac{a-b+7}{a}$$

$$\therefore \frac{3b+2a}{a} = 2, \frac{a-b+7}{a} = 8$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

($a < 0$ 이어야 하므로 조건을 만족하지 않는다.)

20. 팩스전송요금은 다음과 같이 결정된다.
기본요금 : 1000 원
1 회당 전송요금 : 50 원
팩스를 40 회 전송할 때 평균요금이 60 원이상, 65 원 이하가 되려면
최대 몇 회의 팩스전송을 기본요금에 포함시킬 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 10 회

해설

기본요금에 포함될 수 있는 팩스 전송 회수를 x 라 하면

$$60 \leq \frac{1000 + 40 \times 50}{x + 40} \leq 65$$

$$\therefore \frac{80}{13} \leq x \leq 10$$

따라서 최대 10 회를 기본요금에 포함시킬 수 있다.

21. 어떤 삼각형의 세 변의 길이가 긴 변부터 차례로 $4x+5$, $x+12$, $2x-3$ 이고, 세 변의 길이가 모두 자연수일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

해설

삼각형의 세 변의 길이 관계는
(가장 긴 변의 길이) < (다른 두 변의 길이의 합) 이어야 하므로
 $4x+5 < (2x-3) + (x+12)$
 $\therefore x < 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
또 변의 길이는 양수이어야 하므로
 $2x-3 > 0$
 $\therefore x > \frac{3}{2} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통범위를 구하면
 $\frac{3}{2} < x < 4$
세 변의 길이가 모두 자연수이기 위해서 x 는 정수이어야 하므로
 $\therefore x = 2, 3$

22. 전자사전을 사기 위해 x 일 동안 한달에 20000 원씩 모으면 11000 원이 남고, 한달에 18000 원씩 모으면 9000 원 미만이 부족하다. x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

전자사전을 사기 위해 필요한 돈은 $(20000x - 11000)$ 원이므로
 $18000x < (20000x - 11000) < 18000x + 9000$
각 변에서 $18000x$ 를 빼면
 $0 < 2000x - 11000 < 9000$
 $\therefore 5.5 < x < 10$
따라서 x 의 최댓값은 9이다.

23. $a < b < c$ 일 때, $|x - a| < |x - b| < |x - c|$ 의 해를 구하면?

- ① $x < \frac{a+b}{2}$ ② $x > \frac{a+b}{2}$ ③ $x < \frac{b+c}{2}$
④ $x > \frac{b+c}{2}$ ⑤ $x < \frac{b-c}{2}$

해설

i) $|x - a| < |x - b|$ 에서 $(x - a)^2 < (x - b)^2$
 $(b - a)(2x - a - b) < 0, b - a > 0$ 이므로

$$x < \frac{a+b}{2}$$

ii) $|x - b| < |x - c|$ 에서 $(x - b)^2 < (x - c)^2$

$$(c - b)(2x - b - c) < 0, c - b > 0 \text{ 이므로 } x < \frac{b+c}{2}$$

i), ii) 에서 $x < \frac{a+b}{2}$ $\left(\because \frac{a+b}{2} < \frac{b+c}{2} \right)$

24. 부등식 $\frac{1}{3} \leq \frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 + x + 1} \leq 3$ 이 x 의 값에 관계없이 성립하기 위한 실수 a 의 값의 범위를 D 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\{a \mid -1 < a < 1\} \subset D$
- ② $\{a \mid a = -1, 1\} \subset D$
- ③ $\left\{a \mid -\frac{3}{5} \leq a \leq 1\right\} \subset D$
- ④ $\left\{a \mid a \leq -\frac{3}{5}\right\} \subset D$
- ⑤ $\{a \mid a > 1\} \subset D$

해설

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 이므로
 $3(x^2 + x + 1)$ 을 주어진 부등식에 곱하면
 $x^2 + x + 1 \leq 3(x^2 - ax + a^2) \leq 9(x^2 + x + 1)$
정리하면, $2x^2 - (3a + 1)x + 3a^2 - 1 \geq 0 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$
 $2x^2 + (a + 3)x + 3 - a^2 \geq 0 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$
모든 x 에 대하여 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 이 성립하려면
 $D = (3a + 1)^2 - 8(3a^2 - 1) \leq 0,$
 $(5a + 3)(a - 1) \geq 0$
 $\therefore a \leq -\frac{3}{5}, a \geq 1 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉢}}$
모든 x 에 대하여 $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 이 성립하려면
 $D = (a + 3)^2 - 8(3 - a^2) \leq 0,$
 $(3a + 5)(a - 1) \leq 0$
 $\therefore -\frac{5}{3} \leq a \leq 1 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉣}}$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}, \textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 의 공통범위를 구하면
 $-\frac{5}{3} \leq a \leq -\frac{3}{5}, a = 1$

25. 두 부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$, $x^2 + x + a > 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $1 < x \leq 2$ 일 때, ab 의 값은?

① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

해설

$x^2 + ax + b \leq 0$ 의 해를 $\alpha \leq x \leq \beta$

$x^2 + x + a > 0$ 의 해를 $x < \gamma$, $x > \delta$

라 하고

조건에 맞게끔 수직선 위에 나타내면 다음과 같다. 공통범위가

$1 < x \leq 2$ 이므로

$\delta = 1, \beta = 2$ 가 되어야 한다.

$\delta = 1$ 이 $x^2 + x + a = 0$ 의 근이므로

$1 + 1 + a = 0$ 에서 $a = -2$

$\beta = 2$ 가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이므로

$4 + 2a + b = 0 \quad \therefore b = 0$

따라서 $ab = 0$

