1. 연립부등식을 풀어서 범위를 구했을 때, 가장 많은 자연수를 포함하는 연립부등식을 골라라.

㉠ $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{5} < -\dfrac{1}{5}x + \dfrac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\dfrac{x+3}{2} \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} -\dfrac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \dfrac{5x-9}{3} \end{cases}$

㉣ $\begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \dfrac{x-9}{2} \end{cases}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{5} < -\dfrac{1}{5}x + \dfrac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\dfrac{x+3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 3 < -x + 6 \\ 7x + 1 \geq -x - 3 \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} x < 3 \\ x \geq -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

$-\dfrac{1}{2} \leq x < 3$ 이므로 자연수는 1, 2 로 2 개

㉡ $\begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 14 \geq 2(x+5) \\ 4(2x - 13) < -5x \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4 \end{cases}$

$-4 \leq x < 4$ 이므로 자연수는 1, 2, 3 으로 3 개

㉢ $\begin{cases} -\dfrac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \dfrac{5x-9}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x - 2 < -6x \\ 6x - 6 > 5x - 9 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases}$

$-3 < x < 2$ 이므로 자연수는 1 로 1개

㉣ $\begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \dfrac{x-9}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -12(x-2) < x - 15 \\ 4(x-1) > x - 9 \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} x > 3 \\ x > -\dfrac{5}{3} \end{cases}$

$x > 3$ 이므로 자연수는 무수히 많다.

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-12 \geq x-6 \\ 5x-a \leq 4x+2 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 2 개일 때, 정수 a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$3x-12 \geq x-6$ 을 풀면 $2x \geq 6$, $x \geq 3$

$5x-a \leq 4x+2$ 를 풀면 $x \leq a+2$

따라서 $3 \leq x \leq a+2$ 이고, 만족하는 정수의 개수가 2 개가 되려면

$4 \leq a+2 < 5$ 이므로 $2 \leq a < 3$, 따라서 정수 a 의 값은 2 이다.

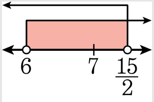
3. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{cases} 2x - 6 < 9 \\ 27 - 3x < 9 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 2x < 9 + 6 \\ -3x < 9 - 27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < \dfrac{15}{2} \\ x > 6 \end{cases}$$

$\therefore\ x = 7$

4. 부등식 $\left|\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\right| \leq 1$을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하면?

① 13 개 ② 9 개 ③ 6 개 ④ 4 개 ⑤ 2 개

해설

$-1 \leq \frac{1}{2}-\frac{1}{3}x \leq 1$

$-6 \leq 3-2x \leq 6$

$-9 \leq -2x \leq 3$

$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$

그런데 x는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

5. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x의 값의 범위는? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$　　② $\frac{3}{2} < x \le 3$　　③ $2 \le x < 3$

④ $1 \le x < 3$　　⑤ $1 \le x \le 4$

해설

$[x] = t$로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$이므로

부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$에서 $[x] = 2$

$\therefore 2 \le x < 3$

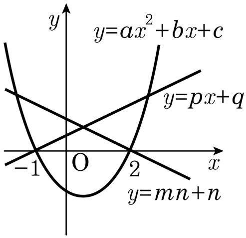
6. x에 관한 이차방정식 $x^2+(a^2-5a-6)x-a+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a의 값을 모두 더하면?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) <0
양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로
(두 근의 곱) <0이므로
$-a+1<0 \quad \therefore a>1 \cdots$ ①
(두 근의 합) ≥ 0이므로
$-(a^2-5a-6)\geq 0$
$a^2-5a-6\leq 0$
$(a-6)(a+1)\leq 0$
$\therefore -1\leq a\leq 6\cdots$ ②
①, ②에서 $a=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$
$\therefore\ 2+3+4+5+6=20$

7. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$와 두 직선 $y = px + q$, $y = mx + n$이 x축 위의 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$에서 만나고 있다. 이 때, 다음 연립부등식의 해는?



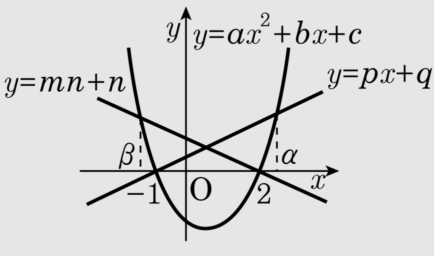
$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$

① $-1 < x < 3$ ② $0 < x < 2$ ③ $0 < x < 3$

④ $-1 < x < 2$ ⑤ $-2 < x < 3$

해설

주어진 연립부등식의 해는 포물선이 두 직선 보다 모두 아래에 있는 부분이다.



$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q & \cdots ㉠ \\ ax^2 + bx + c < mx + n & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ 식의 근 $-1 < x < \alpha$ $(\alpha > 2)$ $\cdots$(i)

㉡ 식의 근 $\beta < x < 2$ $(\beta < -1)$ $\cdots$(ii)

(i), (ii)을 동시에 만족하는 x의 범위는 $-1 < x < 2$

8. 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$A : 5(x+2) \leq 26+x \;\Rightarrow\; x \leq 4$

$B : 1-x < 3(2x+1) \;\Rightarrow\; x > -\frac{2}{7}$

$C : 3x-5 < -(x+1) \;\Rightarrow\; x < 1$

$\therefore\; -\frac{2}{7} < x < 1$

9. 등식 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1<2x+y<1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

> [풀이]
> $2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y=($ ㉠ $)$ 이 된다.
> $-1<2x+y<1$ 를 풀 때 y 대신 $y=($ ㉠ $)$ 를 대입하면 $-1<-x-1<1$ 이 된다.
> 부등식을 풀면 $-2<x<0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.
> x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y=($ ㉢ $)$ 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ $-3x-1$

▷ 정답 : ㉡ -1

▷ 정답 : ㉢ 2

해설

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$2(x+2y)+1=-x+3y$
$2x+4y+1=-x+3y$
$4y-3y=-x-2x-1$
$y=-3x-1$

$-1<2x+y<1$ 에 y 대신 $y=-3x-1$ 를 대입하면

$-1<2x+(-3x-1)<1$
$-1<-x-1<1$
$0<-x<2$
$-2<x<0$

정수인 x 는 -1 이 된다.
x 값을 $y=-3x-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이다.

10. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.

⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

11. 부등식 $x^2+ax+a+3 \leq 0$를 만족하는 x가 오직 1개이기 위한 양수 a가 존재하는 구간은?

① $1 < a < 3$　② $2 < a < 5$　③ $3 < a < 6$

④ $4 < a < 7$　⑤ $6 < a < 7$

해설

$x^2+ax+a+3 \leq 0$의 해가

1개 존재하기 위해서는

$x^2+ax+a+3=0$이 중근을 가져야 한다.

$$\begin{aligned}\therefore D &= a^2-4(a+3)\\ &= a^2-4a-12\\ &= (a-6)(a+2)=0\end{aligned}$$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

12. 이차부등식 $ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0$ 의 해가 $|x| < |a|$ 과 일치하도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은 ?

① -1　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 1

해설

$|x| < |a| \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow x^2 - a^2 < 0 \cdots$ ①

$\Leftrightarrow ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0 \cdots$ ②

$\therefore a < 0,\ a^2 - 1 = 0$

$\therefore a = -1$

$a = -1$ 일 때 ①은 $x^2 - 1 < 0$, ②는 $-x^2 + b > 0$

$\therefore b = 1 \therefore a - b = -2$

13. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10%를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x의 최댓값은?

① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당
판매 가격을 a, 판매량을 b라 하자.
올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면
올해 판매 가격은 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$,
판매량은 $b\left(1-\frac{x}{200}\right)$ 이므로
올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은

$$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times b\left(1-\frac{x}{200}\right)\times\frac{9}{10}$$

작년 판매 금액이 ab이므로

$$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times b\left(1-\frac{x}{200}\right)\times\frac{9}{10}\geq ab$$

이 부등식을 정리하면

$$9x^2-900x+20000\leq 0$$

$$(3x-100)(3x-200)\leq 0$$

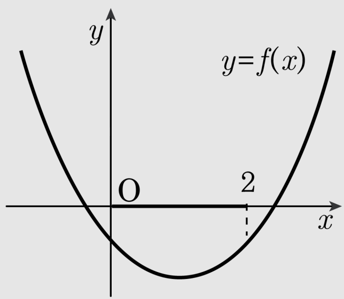
$$\therefore \frac{100}{3}\leq x\leq\frac{200}{3}$$

14. $0 \le x \le 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
$f(0) \le 0, \ f(2) \le 0$ 이어야 한다.



$f(0) = a^2 - 4 \le 0$
$\therefore \ -2 \le a \le 2 \cdots$ ㉠
$f(2) = -2a + a^2 \le 0$
$\therefore \ 0 \le a \le 2 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위는 $0 \le a \le 2$
따라서 $M = 2, \ m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

15. 이차방정식 $x^2-ax+a^2-4=0$의 서로 다른 두 실근 α, β가 $\alpha<0<\beta$을 만족할 때, a의 범위를 구하면?

① $a>2$ 또는 $a<-2$

② $-\frac{4}{\sqrt{3}}<a<\frac{4}{\sqrt{3}}$

③ $a>\frac{4}{\sqrt{3}}$ 또는 $a<-\frac{4}{\sqrt{3}}$

④ $-2<a<2$

⑤ $2<a<\frac{4}{\sqrt{3}}$ 또는 $-\frac{4}{\sqrt{3}}<a<-2$

해설

ⅰ) 두 실근을 가지려면 판별식이 0보다 크다.

$\Rightarrow D=a^2-4(a^2-4)>0$

$\Rightarrow -\frac{4}{\sqrt{3}}<a<\frac{4}{\sqrt{3}}$

ⅱ) 두 근이 $\alpha<0<\beta$이려면

$x=0$을 대입한 값이 0보다 작아야 한다.

$\Rightarrow a^2-4<0$

$\Rightarrow -2<a<2$

ⅰ), ⅱ)의 공통 범위: $-2<a<2$

16. 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2p-1=0$의 두 근이 모두 -2와 2사이에 있도록 실수 p의 값의 범위를 구하면?

① $p>5, p<1$ ② $-\frac{5}{4}<p<1$ ③ $-5<p<3$

④ $p>1, p<-1$ ⑤ $p>5, p<-1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2p-1$로 놓으면

(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D>0$에서

$(p+1)^2-4(2p-1)>0,\ \ p^2+2p+1-8p+4>0$

$p^2-6p+5>0,\ \ (p-5)(p-1)>0$

$\therefore\ \ p>5,\ \ p<1$

(ii) $f(-2)>0$에서

$4+2(p+1)+2p-1>0$

$4p+5>0,\ \ 4p>-5 \quad \therefore\ \ p>-\frac{5}{4}$

(iii) $f(2)>0$에서

$4-2p-2+2p-1>0$ ∴ 성립

(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로

$-2<\frac{p+1}{2}<2 \qquad -4<p+1<4$

$\therefore\ \ -5<p<3$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv) 에서

$\therefore\ \ -\frac{5}{4}<p<1$

17. 이차방정식 $x^2+mx+m+1=0$ 의 한 근은 -1과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 1과 2 사이에 있도록 m의 값의 범위를 정하면?

① $m<-1$
② $-\frac{5}{3}<m<-1$
③ $-\frac{5}{2}<m<1$
④ $-\frac{5}{3}<m<0$
⑤ $-\frac{5}{2}<m<0$

해설

$x^2+mx+m+1=f(x)$ 라 하면,

$f(-1)>0,\quad f(0)<0,\quad f(1)<0,\quad f(2)>0$

$\therefore\quad 2>0,\quad m+1<0\quad 2m+2<0,\quad 3m+5>0$

위 네 부등식을 연립하면

$\therefore\ -\frac{5}{3}<m<-1$

18. 부등식 $a+7 \le ax+b \le 4b+2a$ 의 해가 $2 \le x \le 8$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a=-2,\ b=-1$ ② $a=-1,\ b=0$

③ $a=\frac{1}{3},\ b=\frac{7}{3}$ ④ $a=\frac{7}{3},\ b=\frac{14}{3}$

⑤ $a=2,\ b=-1$

해설

$a+7 \le ax+b \le 4b+2a$

(1) $a>0$ 일 때,

$$a+7 \le ax+b,\ x \ge \frac{a-b+7}{a}$$

$$ax+b \le 4b+2a,\ x \le \frac{3b+2a}{a}$$

$$\frac{a-b+7}{a} \le x \le \frac{3b+2a}{a}$$

$$\therefore \frac{a-b+7}{a}=2,\ \frac{3b+2a}{a}=8$$

$$\therefore a=\frac{7}{3},\ b=\frac{14}{3}$$

(2) $a<0$ 일 때

$$\frac{3b+2a}{a} \le x \le \frac{a-b+7}{a}$$

$$\therefore \frac{3b+2a}{a}=2,\ \frac{a-b+7}{a}=8$$

$$\therefore a=1,\ b=0$$

($a<0$ 이어야 하므로 조건을 만족하지 않는다.)

19. 두 수 a, b 가 $a \geq b$ 일 때, $M(a,\ b) = a$, $m(a,\ b) = b$ 로 정의한다. 이때 부등식 $M(x-4,\ 2) - m(3,\ x-1) \leq 1$을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿ 개

▷ 정답 : 7 개

해설

1) $x - 1 \leq 3$, 즉 $x \leq 4$ 이면 구하는 식은
$2 - (x-1) \leq 1$, $x \geq 2$ $\quad \therefore\ 2 \leq x \leq 4$

2) $x - 1 > 3$, $x - 4 \leq 2$, 즉 $4 < x \leq 6$ 이면 구하는 식은
$2 - 3 \leq 1$, $-1 \leq 1$ $\quad \therefore\ 4 < x \leq 6$

3) $x - 4 > 2$, 즉 $x > 6$ 이면 구하는 식은
$x - 4 - 3 \leq 1$, $x \leq 8$ $\quad \therefore\ 6 < x \leq 8$

1), 2), 3) 에 의하여 구하는 부등식의 해 $2 \leq x \leq 8$ 를 만족하는 자연수 x 는
$x = 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$ 의 7 개

20. 팩스전송요금은 다음과 같이 결정된다.
기본요금 : 1000 원
1 회당 전송요금 : 50 원
팩스를 40 회 전송할 때 평균요금이 60 원이상, 65 원 이하가 되려면 최대 몇 회의 팩스전송을 기본요금에 포함시킬 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ____ 회

▷ 정답 : 10 회

해설

기본요금에 포함될 수 있는 팩스 전송 회수를 x 라 하면

$$60 \le \frac{1000 + 40 \times 50}{x + 40} \le 65$$

$$\therefore \ \frac{80}{13} \le x \le 10$$

따라서 최대 10 회를 기본요금에 포함시킬 수 있다.

21. 어떤 삼각형의 세 변의 길이가 긴 변부터 차례로 $4x+5$, $x+12$, $2x-3$ 이고, 세 변의 길이가 모두 자연수일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

해설

삼각형의 세 변의 길이 관계는
(가장 긴 변의 길이) < (다른 두 변의 길이의 합) 이어야 하므로
$4x+5 < (2x-3)+(x+12)$
$\therefore\ x < 4 \cdots ㉠$
또 변의 길이는 양수이어야 하므로
$2x-3 > 0$
$\therefore\ x > \frac{3}{2} \cdots ㉡$
㉠, ㉡ 의 공통범위를 구하면
$\frac{3}{2} < x < 4$
세 변의 길이가 모두 자연수이기 위해서 x 는 정수이어야 하므로
$\therefore\ x = 2,\ 3$

22. 전자사전을 사기 위해 x 일 동안 한달에 20000 원씩 모으면 11000 원이 남고, 한달에 18000 원씩 모으면 9000 원 미만이 부족하다. x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

전자사전을 사기 위해 필요한 돈은 $(20000x - 11000)$ 원이므로

$18000x < (20000x - 11000) < 18000x + 9000$

각 변에서 $18000x$ 를 빼면

$0 < 2000x - 11000 < 9000$

$\therefore 5.5 < x < 10$

따라서 x 의 최댓값은 9 이다.

23. $a < b < c$일 때, $|x-a| < |x-b| < |x-c|$의 해를 구하면?

① $x < \frac{a+b}{2}$ ② $x > \frac{a+b}{2}$ ③ $x < \frac{b+c}{2}$

④ $x > \frac{b+c}{2}$ ⑤ $x < \frac{b-c}{2}$

해설

i) $|x-a| < |x-b|$에서 $(x-a)^2 < (x-b)^2$

$(b-a)(2x-a-b) < 0$, $b-a > 0$이므로

$x < \frac{a+b}{2}$

ii) $|x-b| < |x-c|$에서 $(x-b)^2 < (x-c)^2$

$(c-b)(2x-b-c) < 0$, $c-b > 0$이므로 $x < \frac{b+c}{2}$

i), ii)에서 $x < \frac{a+b}{2}$ $\left(\because \frac{a+b}{2} < \frac{b+c}{2}\right)$

24. 부등식 $\frac{1}{3} <= \frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 + x + 1} \le 3$이 x의 값에 관계없이 성립하기 위한 실수 a의 값의 범위를 D라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\{a \mid -1 < a < 1\} \subset D$

② $\{a \mid a = -1,\ 1\} \subset D$

③ $\left\{a \mid -\frac{3}{5} \le a \le 1\right\} \subset D$

④ $\left\{a \mid a \le -\frac{3}{5}\right\} \subset D$

⑤ $\{a \mid a > 1\} \subset D$

해설

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$이므로

$3(x^2 + x + 1)$을 주어진 부등식에 곱하면

$x^2 + x + 1 \le 3(x^2 - ax + a^2) \le 9(x^2 + x + 1)$

정리하면, $2x^2 - (3a + 1)x + 3a^2 - 1 \ge 0 \cdots\cdots$ ㉠

$2x^2 + (a + 3)x + 3 - a^2 \ge 0 \cdots\cdots$ ㉡

모든 x에 대하여 ㉠이 성립하려면

$D = (3a + 1)^2 - 8(3a^2 - 1) \le 0$,

$(5a + 3)(a - 1) \ge 0$

$\therefore\ a \le -\frac{3}{5},\ a \ge 1 \cdots\cdots$ ㉢

모든 x에 대하여 ㉡이 성립하려면

$D = (a + 3)^2 - 8(3 - a^2) \le 0$,

$(3a + 5)(a - 1) \le 0$

$\therefore\ -\frac{5}{3} \le a \le 1 \cdots\cdots$ ㉣

㉢, ㉣의 공통범위를 구하면

$-\frac{5}{3} \le a \le -\frac{3}{5},\ a = 1$

25. 두 부등식 $x^2 + ax + b \le 0$, $x^2 + x + a > 0$을 동시에 만족하는 x의 값의 범위가 $1 < x \le 2$ 일 때, ab의 값은?

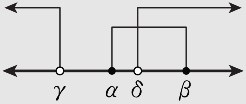
① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

해설

$x^2 + ax + b \le 0$ 의 해를 $\alpha \le x \le \beta$

$x^2 + x + a > 0$ 의 해를 $x < \gamma$, $x > \delta$

라 하고



조건에 맞게끔 수직선 위에 나타내면 다음과 같다. 공통범위가

$1 < x \le 2$ 이므로

$\delta = 1, \beta = 2$ 가 되어야 한다.

$\delta = 1$이 $x^2 + x + a = 0$의 근이므로

$1 + 1 + a = 0$에서 $a = -2$

$\beta = 2$가 $x^2 + ax + b = 0$의 근이므로

$4 + 2a + b = 0 \quad \therefore b = 0$

따라서 $ab = 0$