1. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$ ② $f(-2)$ ③ $f(2)+Q(2)$

④ $Q(2)$ ⑤ $Q(-2)$

해설

$f(x)=(x-2)Q(x)+R$

$\therefore\ f(2)=R$

2. 점 $A(-1, -1)$에 대하여 점 $P(2, 3)$과 대칭인 점 Q의 좌표를 구하면?

① $Q(-4, 5)$ ② $Q(4, -5)$ ③ $Q(-4, -5)$

④ $Q(-2, -3)$ ⑤ $Q(1, 1)$

해설

점 P와 점 Q는 점 A에 대하여 대칭이므로
$\overline{PA} = \overline{QA}$이다.
즉 선분 PQ의 중점이 점 A이다.
$Q(x, y)$라 하면, 점 $P(2, 3)$과
점 Q를 이은 선분의 중점이 $A(-1, -1)$이므로

$$\frac{x+2}{2} = -1, \frac{y+3}{2} = -1$$

$\therefore x = -4, y = -5$

$\therefore Q(-4, -5)$

3. 원점을 중심으로 하고, 점 $(3, -4)$를 지나는 원의 방정식을 구하면?

① $x^2 + 2y^2 = 41$ ② $2x^2 + y^2 = 34$ ③ $x^2 + y^2 = 25$

④ $x^2 + y^2 = 16$ ⑤ $x^2 + y^2 = 9$

해설

구하는 원의 반지름을 r 이라 하면

$x^2 + y^2 = r^2 \cdots\cdots$ ㉠

㉠ 이 점 $(3, -4)$ 를 지나므로

$3^2 + (-4)^2 = r^2 \quad \therefore \ r^2 = 25$

이 때, ㉠은 $x^2 + y^2 = 25$

4. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$를 $x^2 + x + 1$로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.

$\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$이 되는 x값을 대입한다.

$x^2 + x + 1 = 0$에서 $(x-1)(x^2 + x + 1) = 0,\ x^3 - 1 = 0$

$\therefore x^3 = 1$

준 식의 좌변에 $x^3 = 1,\ x^2 = -x - 1$을 대입하면

$2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0,\ a - 3 = 0$

$\therefore\ a = 3$

5. $\dfrac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$ 의 값은?

① 2004 ② 2005 ③ 2006 ④ 2007 ⑤ 2008

해설

$2007 = a$로 놓고

주어진 식을 a에 대한 식으로 변형하면

$$\frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} = \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1}$$

$$= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1}$$

$$= a - 1 = 2007 - 1 = 2006$$

6. 직선 $kx-(k+1)y-k+2=0$은 k값에 관계없이 항상 일정한 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때, $a+b$값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$kx-(k+1)y-k+2=0$을 k에 대해 정리하면

$(x-y-1)x-y+2=0$이다.

k에 관계없이 성립하려면

$x-y-1=0,\ -y+2=0$

$\therefore\ \ y=2,\ \ x=3\ \ \Rightarrow\ \ (a,b)=(3,2)$

7. 서로 평행한 두 직선 $2x+y=1$, $2x+y=a$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에서 나머지 직선까지의 거리를 계산하면 된다.

$2x+y=1$ 의 $(0,1)$

$$\frac{|2\times 0+1\times 1-a|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$$

$$|1-a|=5$$

$$\therefore \quad a=6\ (\because\ a>0)$$

8. 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 8)$, $\mathrm{B}(7,\ -4)$ 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2+(y-1)^2=18$ ② $(x-2)^2+(y-2)^2=32$

③ $(x-1)^2+(y-1)^2=7$ ④ $(x-3)^2+(y-3)^2=22$

⑤ $(x-2)^2+(y-2)^2=61$

해설

구하는 원의 중심을 C 라고 하면

C 는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점이므로

$\mathrm{C}\left(\dfrac{-3+7}{2},\ \dfrac{8-4}{2}\right)$

$\therefore \mathrm{C}(2,2)$

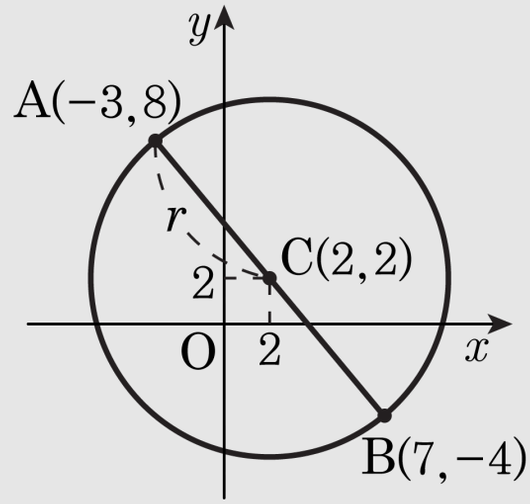
반지름의 길이를 r 라고 하면

r 는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이의 $\dfrac{1}{2}$ 이므로

$r=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(2+3)^2+(2-8)^2}=\sqrt{61}$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$(x-2)^2+(y-2)^2=61$



9. 중심이 직선 $3x+y=12$의 제1사분면 위에 있고, x축과 y축에 동시에 접하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ ② $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

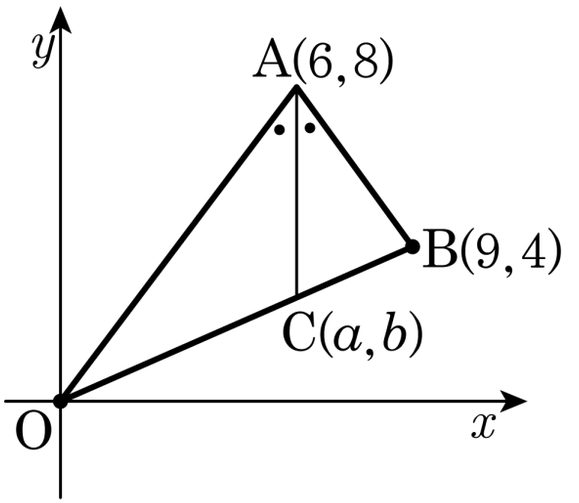
③ $(x-3)^2+(y-3)^2=9$ ④ $(x-4)^2+(y-4)^2=16$

⑤ $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

해설

x축 및 y축에 동시에 접하므로 구하는 원의 방정식은
$(x-a)^2+(y-a)^2=a^2$으로 나타낼 수 있다.
중심이 $a, -3a+12$를 지나므로 $a=-3a+12$이다.
따라서 $a=3$,
구하는 원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-3)^2=9$이다.

10. 다음 그림과 같이 세 점 O(0, 0), A(6, 8), B(9, 4)를 꼭짓점으로 하는 △AOB가 있다. ∠A 의 이등분선이 변 OB 와 만나는 점을 C(a, b) 라 할 때, ab 의 값은?



① 12 ② 14 ③ 15

④ 16 ⑤ 18

해설

∠OAC = ∠BAC 이므로 $\overline{AO} : \overline{AB} = \overline{OC} : \overline{CB}$가 성립한다.

이때, $\overline{AO} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{AB} = \sqrt{(9-6)^2 + (4-8)^2} = 5$ 이므로

점 C 는 $\overline{OB}$ 를 10 : 5 ,

즉 2 : 1 로 내분하는 점이다.

따라서 점 C의 좌표는

$$C\left(\frac{2\times 9 + 1\times 0}{2+1}, \frac{2\times 4 + 1\times 0}{2+1}\right)$$

$$\therefore\ C\left(6, \frac{8}{3}\right) \quad \therefore\ ab = 6\cdot\frac{8}{3} = 16$$