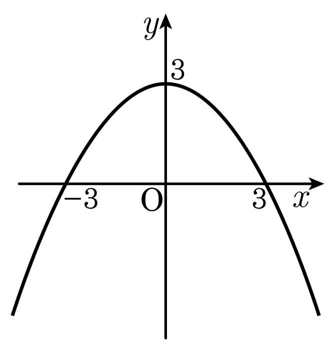
1. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 식은?

① $y = -(x-2)^2$ ② $y = -2x^2$ ③ $y = 2x^2$
④ $y = -x^2 + 2$ ⑤ $y = x^2 - 2$

해설
$y = x^2 - 2$

2. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



① $y=-\frac{1}{3}x^2-3$ ② $y=-\frac{1}{3}x^2+3$ ③ $y=\frac{1}{3}x^2-3$
④ $y=\frac{1}{3}x^2+3$ ⑤ $y=-x^2+3$

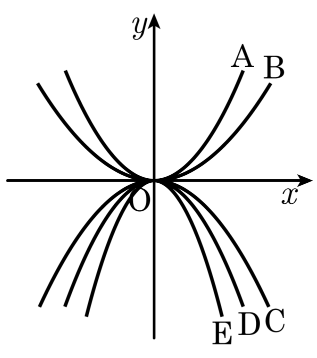
해설

$y=ax^2+3$ 이 점 $(3,\ 0)$ 을 지나므로

$0=9a+3,\ a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x^2+3$

3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 절댓값이 가장 큰 것은?



① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

y 축에 가까울수록 a 의 절댓값이 크다.

4. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$
② $y = -3(x-1)^2$
③ $y = 3x^2 - 3$
④ $y = 2(x-1)^2 - 3$
⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

5. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

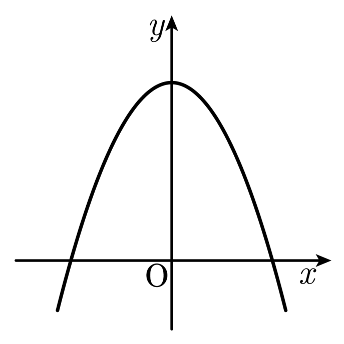
㉠ $y = x^2$	㉡ $y = -x^2 - 1$
㉢ $y = (x+1)^2$	㉣ $y = x^2 + 1$

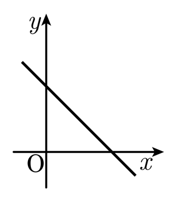
① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣　④ ㉠, ㉣　⑤ ㉡, ㉣

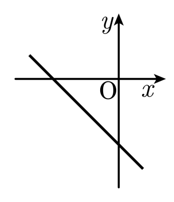
해설

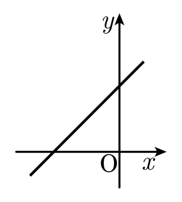
$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

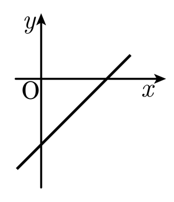
6. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는?

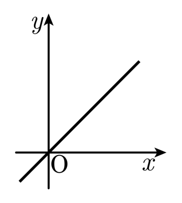


①


②


③


④


⑤


해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점이 y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기가 음수이고 y 절편이 양수인 그래프이다.

7. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$
꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로
$-a = 1, -a^2 + 4 = b$ 이다.
$a = -1, b = 3$
$\therefore a + b = 2$

8. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점$(2,\ a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
$y = -4(x-1)^2 - 3$
점 $(2,\ a)$ 를 지나므로
$a = -4(2-1)^2 - 3$
$\therefore a = -7$

9. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

가. $y = -\frac{1}{3}x^2$
나. $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$
다. $y = -2x^2 + x - 3$
라. $y = (x-1)^2 + 1$

① 다, 라, 나, 가　② 가, 라, 나, 다　③ 다, 나, 가, 라
④ 가, 나, 라, 다　⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

10. $y=3x^2+6ax+4$ 의 그래프에서 $x<1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x>1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0　② -1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$y=3x^2+6ax+4$
$=3(x^2+2ax)+4$
$=3(x+a)^2+4-3a^2$
따라서 축의 방정식이 $x=1$ 이므로 $a=-1$ 이다.

11. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 두 점에서 만나는 것은?

① $y = 2x^2 + 3$
② $y = -2x^2 - 3$
③ $y = x^2 - 2x + 1$
④ $y = -x^2 + 4x$
⑤ $y = -x^2 + 6x - 10$

해설

$y = -(x^2 - 4x + 4) + 4$
$= -(x - 2)^2 + 4$

꼭짓점이 1 사분면에 있고 위로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.

12. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$　　② $y = 3x^2$　　③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$　　⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2,\ y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.
따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

13. $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(2,\ 7)$ 을 지난다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = \frac{1}{2}x^2 + q$ 이다.

$(2,\ 7)$ 을 대입하면 $7 = 2 + q$ 이므로 $q = 5$ 이다.

14. 이차함수 $y=\frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a,\ 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y=\frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y=\frac{4}{3}x^2-2$ 이고, 점 $(a,\ 10)$ 을 지나므로

$10=\frac{4}{3}a^2-2,\quad a=\pm3$

$a>0$ 이므로 $a=3$ 이다.

15. 이차함수 $y=-2(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.
② y 축에 대하여 대칭이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$ 이다.
④ 최솟값 0 을 갖는다.
⑤ $x>-1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설
① $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
② $x=-1$ 에 대하여 대칭이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$ 이다.
④ 최댓값 0 을 갖는다.

16. 이차함수 $y = -2(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 $(a,\ b)$, 축을 $x = c$ 라 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 2

해설

$y = -2(x-3)^2 + 4$

꼭짓점 $(3, 4)$, 축이 $x = 3$ 이므로

$a = 3,\ b = 4,\ c = 3$

$\therefore\ a - b + c = 3 - 4 + 3 = 2$

17. 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x>-2$　② $x<-2$　③ $x<2$
④ $x>2$　⑤ $x>0$

해설

$y=-(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
$x<-2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

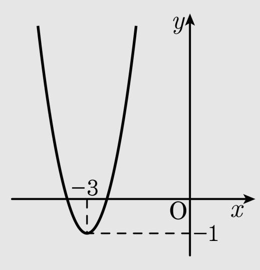
18. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x의 값의 범위는 $x < -3$

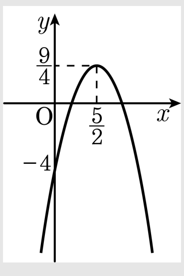


19. 이차함수 $y = -x^2 + 5x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면　　② 제 2 사분면　　③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면　　⑤ 제 2, 4 사분면

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -x^2 + 5x - 4 \\
&= -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) - 4 \\
&= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - 4 \\
&= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}
\end{aligned}
$$



20. 이차함수 $y=-3x^2+x-3$ 의 그래프가 지나는 사분면을 옳게 나타낸 것은?

① 제 1, 2 사분면　　② 제 1, 2, 3 사분면

③ 제 2, 3 사분면　　④ 제 1, 3, 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

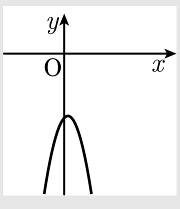
해설

$y=-3x^2+x-3=-3\left(x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}-\frac{1}{36}\right)-3$

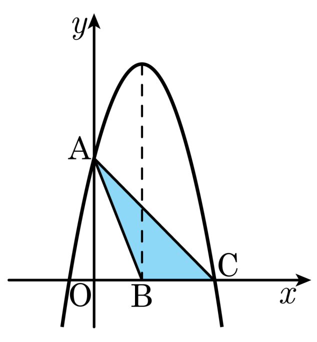
$=-3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2-\frac{35}{12}$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{6},-\frac{35}{12}\right)$ 이고 y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프이다.

그려 보면 제 3, 4 사분면을 지난다.



21. 다음 그림은 이차함수 $y=-x^2+4x+5$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이라고 할 때, △ABC 의 넓이를 구하면?



① 6　② $\frac{15}{2}$　③ 8　④ $\frac{21}{2}$　⑤ 12

해설

y 절편이 5 이므로 A$(0,5)$
$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$
축이 $x=2$ 이므로 B$(2,0)$
$y=0$ 일 때 $x^2-4x-5=0$
$(x-5)(x+1)=0$ 이므로 C$(5,0)$
△ABC 의 밑변 $\overline{BC}=3$, 높이 $\overline{AO}=5$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\times 5=\frac{15}{2}$

22. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$ 의 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

x 축은 $y = 0$ 일 때의 값이므로

$2x^2 - 12x = 0$

$x^2 - 6x = 0$

$x(x - 6) = 0$

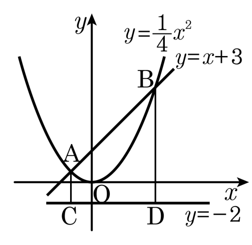
$\therefore\ x = 0$ 또는 $x = 6$

B$(0,\ 0)$, C$(6,\ 0)$

$y = -\frac{2}{3}(x - 3)^2 + 6$ 이므로 꼭짓점은 $(3,\ 6)$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ 이다.

23. 다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선 $y = x+3$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -2$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$\frac{1}{4}x^2 = x + 3$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x-6)(x+2) = 0$

$x = -2$ 또는 $x = 6$

A$(-2,\ 1)$, B$(6,\ 9)$ 이므로 $\overline{\mathrm{CA}} = 3$, $\overline{\mathrm{DB}} = 11$, $\overline{\mathrm{CD}} = 8$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (3 + 11) \times 8 = 56$ 이다.

24. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

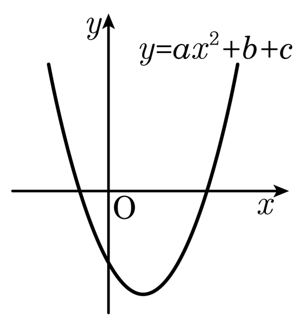
④ 아래로 볼록하다.

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

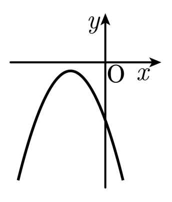
해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x-2)^2 + 1$
① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$
② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
④ 위로 볼록한 그래프
⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

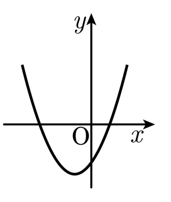
25. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



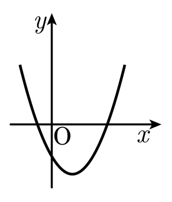
①



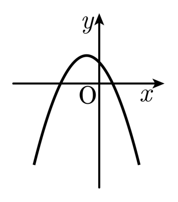
②



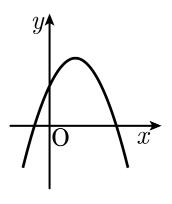
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

26. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 $(b,\ c)$ 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore\ c = -\frac{9}{2}$

27. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

$\therefore m=-3$

28. 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k,\ 4)$를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y=\frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k,\ 4)$를 지나므로 대입하면 $4=\frac{1}{4}(k+1)^2$, $16=(k+1)^2$, $k+1=\pm4$ 따라서 $k=3,\ -5$ 이다.

29. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
$y = -3(x-5)^2 - 2$ 이고
$y = -3(x-5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k-5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

30. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a$, $2a^2 + 3a - 2 = 0$,

$(2a - 1)(a + 2) = 0$

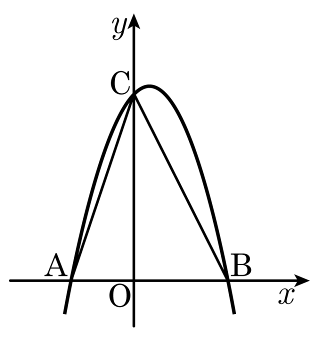
$\therefore a = \frac{1}{2},\ -2$

x 축과 두 점에서 만나므로

$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0$, $a < \frac{1}{3}$

$\therefore\ a = -2$

31. 이차함수 $y=-x^2+x+6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y=-x^2+x+6$ 의 C 의 좌표 $(0,6)$

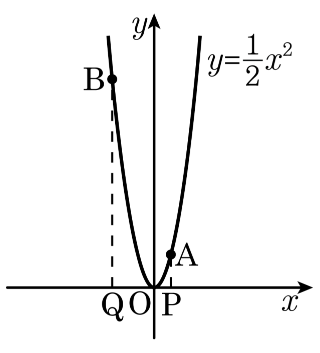
$-x^2+x+6=0$, $(x-3)(x+2)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-2$

$A(-2,0), B(3,0)$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5\times 6\times \frac{1}{2}=15$

32. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B 에 대하여 A 의 좌표는 $(4, 8)$ 이고, B 의 x 좌표는 음수이다. 점 A, B 에서 각각 x 축에 수선 $\overline{\mathrm{AP}}$, $\overline{\mathrm{BQ}}$ 를 그으면 $\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{BQ}} = 4 : 25$ 가 된다. 이 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{BQ}} = 4 : 25$ 에서 점 A 의 y 좌표는
$4 : 25 = 8 : y$
$\therefore y = 50$ 따라서, 점 B 의 y 좌표는 50 이다.
$y = \frac{1}{2}x^2$ 에 $y = 50$ 을 대입하면 $50 = \frac{1}{2}x^2, x^2 = 100 x < 0$ 이므로
$x = -10$ 이 되고 점 B 의 x 좌표는 -10 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{QO}} = 10$, $\overline{\mathrm{PO}} = 4$ 이므로 $\overline{\mathrm{PQ}} = 14$ 이다.

33. 이차함수 $y = (x+4)^2$, $y = (x-1)^2$ 의 그래프의 교점에서 x축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B라 하자. 이때 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2배와 같다.

$(-4,\ 0)$과 $(1,\ 0)$ 사이의 거리$= 5$

따라서 선분 AB의 길이는 $5 \times 2 = 10$이다.

34. 이차함수 $y=(x-1)(x-p^2)$ $(p>0)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1,\ 0)$, $(p^2,\ 0)$ 이고
y 축과 만나는 점은 $(0,\ p^2)$
외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\frac{p^2+1}{2}=6$
$\therefore\ p=\pm\sqrt{11}$
따라서 $p>0$ 이므로 $p=\sqrt{11}$ 이다.

35. 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 36 가 되는 모든 k 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 = (x - 3k)^2 - 4$

$\therefore\ \mathrm{A}(3k,\ -4),\ \mathrm{B}(0,\ 9k^2 - 4)$

$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 에서 $x = 3k - 2$ 또는 $3k + 2$

$\therefore\ \mathrm{C}(3k - 2,\ 0),\ \mathrm{D}(3k + 2,\ 0)$

$k > 0$ 이므로 y 절편, 두 개의 x 절편 모두 0 보다 크다.

$$\begin{aligned} \therefore\ \square\mathrm{ABCD} &= \triangle\mathrm{CAD} + \triangle\mathrm{BCD} \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times (3k + 2 - 3k + 2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (9k^2 - 4)(3k + 2 - 3k + 2) \\ &= 36 \end{aligned}$$

이 식을 정리하면 $8 + 2 \times (9k^2 - 4) = 36$

$k^2 = 2 \qquad \therefore\ k = \pm\sqrt{2}$

따라서 k 값의 곱은 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$ 이다.