

1. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 식은?

① $y = -(x - 2)^2$

② $y = -2x^2$

③ $y = 2x^2$

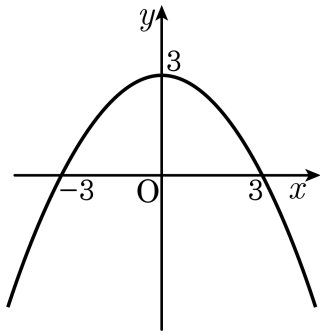
④ $y = -x^2 + 2$

⑤ $y = x^2 - 2$

해설

$$y = x^2 - 2$$

2. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$

④ $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$

⑤ $y = -x^2 + 3$

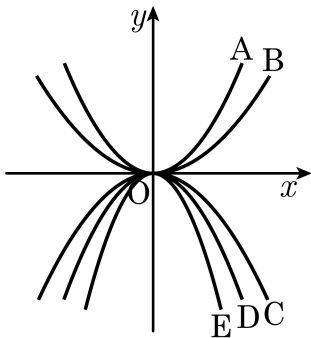
해설

$y = ax^2 + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + 3, a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 절댓값이 가장 큰 것은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

y 축에 가까울수록 a 의 절댓값이 크다.

4. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x - 1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

5. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

㉠ $y = x^2$

㉡ $y = -x^2 - 1$

㉢ $y = (x + 1)^2$

㉣ $y = x^2 + 1$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

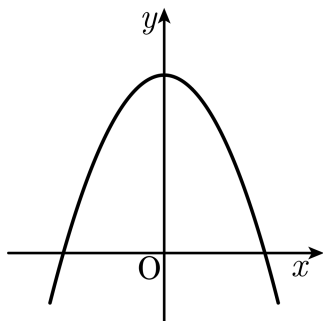
④ ㉠, ㉣

⑤ ㉡, ㉣

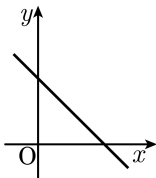
해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

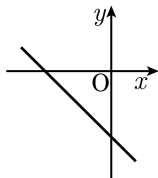
6. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는?



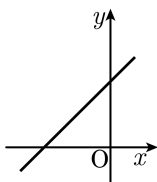
①



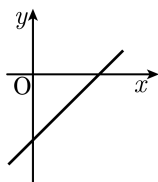
②



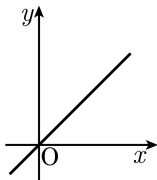
③



④



⑤



해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점이 y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기가 음수이고 y 절편이 양수인 그래프이다.

7. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

8. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

9. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

가. $y = -\frac{1}{3}x^2$

나. $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$

다. $y = -2x^2 + x - 3$

라. $y = (x-1)^2 + 1$

- ① 다, 라, 나, 가 ② 가, 라, 나, 다 ③ 다, 나, 가, 라
④ 가, 나, 라, 다 ⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.

따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

10. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6ax + 4 \\&= 3(x^2 + 2ax) + 4 \\&= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2\end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

11. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 두 점에서 만나는 것은?

① $y = 2x^2 + 3$

② $y = -2x^2 - 3$

③ $y = x^2 - 2x + 1$

④ $y = -x^2 + 4x$

⑤ $y = -x^2 + 6x - 10$

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x^2 - 4x + 4) + 4 \\&= -(x - 2)^2 + 4\end{aligned}$$

꼭짓점이 1 사분면에 있고 위로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.

12. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.

따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

13. $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(2, 7)$ 을 지난다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = \frac{1}{2}x^2 + q$ 이다.

$(2, 7)$ 을 대입하면 $7 = 2 + q$ 이므로 $q = 5$ 이다.

14. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨

함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

15. 이차함수 $y = -2(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
- ④ 최솟값 0 을 갖는다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ④ 최댓값 0 을 갖는다.

16. 이차함수 $y = -2(x - 3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) , 축을 $x = c$ 라 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -2(x - 3)^2 + 4$$

꼭짓점 $(3, 4)$, 축이 $x = 3$ 이므로

$$a = 3, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 3 - 4 + 3 = 2$$

17. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

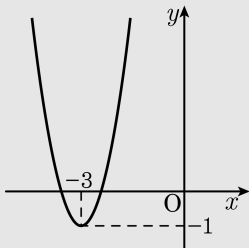
18. 이차함수 $y = 3(x + 3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



19. 이차함수 $y = -x^2 + 5x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

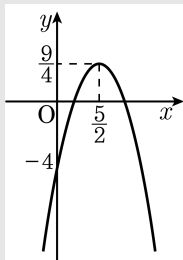
③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 제 2, 4 사분면

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 5x - 4 \\&= -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) - 4 \\&= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - 4 \\&= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\end{aligned}$$



20. 이차함수 $y = -3x^2 + x - 3$ 의 그래프가 지나는 사분면을 옳게 나타낸 것은?

① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 2, 3 사분면

③ 제 2, 3 사분면

④ 제 1, 3, 4 사분면

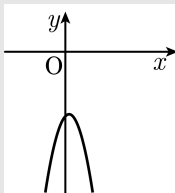
⑤ 제 3, 4 사분면

해설

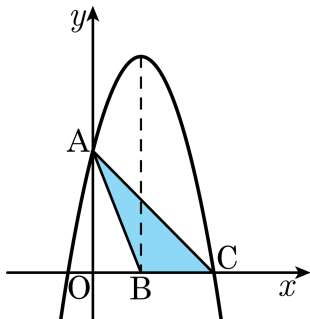
$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}\right) - 3 \\&= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{35}{12}\end{aligned}$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12}\right)$ 이고 y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프이다.

그려 보면 제 3, 4 사분면을 지난다.



21. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 6

② $\frac{15}{2}$

③ 8

④ $\frac{21}{2}$

⑤ 12

해설

y 절편이 5 이므로 $A(0, 5)$

$$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$$

축이 $x = 2$ 이므로 $B(2, 0)$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0 \text{ 이므로 } C(5, 0)$$

$\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 3$, 높이 $\overline{AO} = 5$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$$

22. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$ 의 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

x 축은 $y = 0$ 일 때의 값이므로

$$2x^2 - 12x = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 6$$

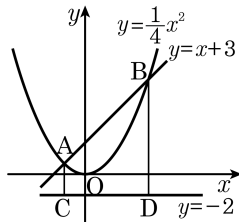
$$B(0, 0), C(6, 0)$$

$y = -\frac{2}{3}(x - 3)^2 + 6$ 이므로 꼭짓점은 $(3, 6)$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ 이다.

23.

다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선 $y = x+3$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -2$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 56

해설

$$\frac{1}{4}x^2 = x + 3$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

A(-2, 1), B(6, 9) 이므로 $\overline{CA} = 3$, $\overline{DB} = 11$, $\overline{CD} = 8$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (3 + 11) \times 8 = 56$ 이다.

24. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

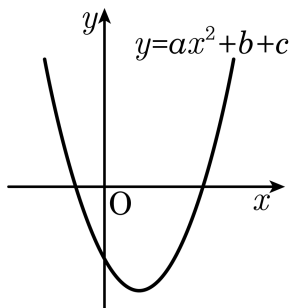
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
- ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ④ 아래로 볼록하다.
- ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

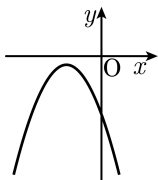
주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$
- ② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ④ 위로 볼록한 그래프
- ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

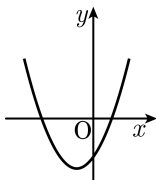
25. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



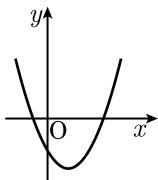
①



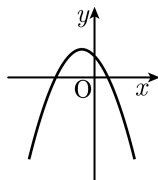
②



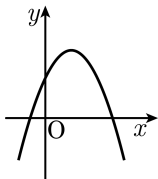
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

26. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

27. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4

② 5

③ -5

④ -3

⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

28. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

29. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

30. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

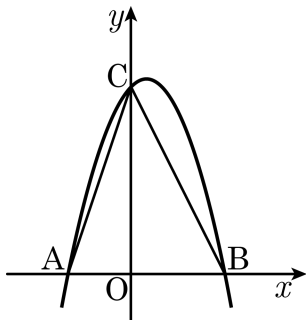
$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

31. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

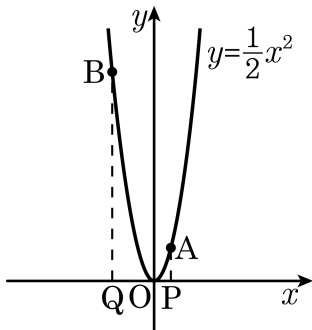
$$-x^2 + x + 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$$\triangle ABC \text{의 넓이는 } 5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$$

32. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B에 대하여 A의 좌표는 (4, 8)이고, B의 x 좌표는 음수이다. 점 A, B에서 각각 x 축에 수선 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 를 그으면 $\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$ 가 된다. 이 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$ 에서 점 A의 y 좌표는

$$4 : 25 = 8 : y$$

$\therefore y = 50$ 따라서, 점 B의 y 좌표는 50이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{에 } y = 50 \text{을 대입하면 } 50 = \frac{1}{2}x^2, x^2 = 100, x < 0 \text{이므로}$$

$x = -10$ 이 되고 점 B의 x 좌표는 -10이다.

따라서 $\overline{QO} = 10$, $\overline{PO} = 4$ 이므로 $\overline{PQ} = 14$ 이다.

33. 이차함수 $y = (x + 4)^2$, $y = (x - 1)^2$ 의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B라 하자. 이때 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2배와 같다.

$(-4, 0)$ 과 $(1, 0)$ 사이의 거리 = 5

따라서 선분 AB의 길이는 $5 \times 2 = 10$ 이다.

34. 이차함수 $y = (x-1)(x-p^2)$ ($p > 0$) 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1, 0)$, $(p^2, 0)$ 이고
 y 축과 만나는 점은 $(0, p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\frac{p^2 + 1}{2} = 6$

$$\therefore p = \pm \sqrt{11}$$

따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

35. 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 36 가 되는 모든 k 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 = (x - 3k)^2 - 4$$

$$\therefore A(3k, -4), B(0, 9k^2 - 4)$$

$$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 \text{ 에서 } x = 3k - 2 \text{ 또는 } 3k + 2$$

$$\therefore C(3k - 2, 0), D(3k + 2, 0)$$

$k > 0$ 이므로 y 절편, 두 개의 x 절편 모두 0 보다 크다.

$$\therefore \square ABCD = \triangle CAD + \triangle BCD$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 4 \times (3k + 2 - 3k + 2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (9k^2 - 4)(3k + 2 - 3k + 2) \\ &= 36 \end{aligned}$$

$$\text{이 식을 정리하면 } 8 + 2 \times (9k^2 - 4) = 36$$

$$k^2 = 2 \quad \therefore k = \pm \sqrt{2}$$

따라서 k 값의 곱은 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$ 이다.