

1. 두 이차방정식  $x^2 + 2x - p = 0$ ,  $x^2 - qx - 12 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때,  $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2x - p = 0$  과  $x^2 - qx - 12 = 0$  에  $x = 3$  을 대입하면  
 $p = 15$ ,  $q = -1$   
 $\therefore p - q = 16$

2. 두 이차방정식  $x^2 - 3x - 10 = 0$ ,  $5x^2 + 9x - 2 = 0$ 의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

$$5x^2 + 9x - 2 = 0$$

$$(5x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{5} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 공통인 해는  $x = -2$

3.  $a^2 + a + 1 = 0$  일 때,  $a^{11} + \frac{1}{a^{11}}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$a^2 + a + 1 = 0$  의 양변을  $a$  ( $a \neq 0$ ) 로 나누면

$$a + 1 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -1$$

$a^2 + a + 1 = 0$  의 양변에  $a - 1$  을 곱하면

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a^3 - 1 = 0, a^3 = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{11} + \frac{1}{a^{11}} &= (a^3)^3 \cdot a^2 + \frac{1}{(a^3)^3 \cdot a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \\ &= (-1)^2 - 2 = -1\end{aligned}$$

4. 2 보다 큰 실수  $a, b$  에 대하여  $a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$  일 때,  $a^4 - b^4$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $160\sqrt{6}$

해설

$$a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$$

두 식을 완전제곱꼴로 만들면

$$a^2 - 4a + 4 - 6 = 0, a^2 - 4a + 4 = 6,$$

$$(a - 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{1}$$

$$b^2 + 4b + 4 - 6 = 0, b^2 + 4b + 4 = 6,$$

$$(b + 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\text{에 의하여 } a - 2 = \sqrt{6} \ (\because a > 2), a = 2 + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{2}\text{에 의하여 } b + 2 = \sqrt{6} \ (\because b > -2), b = \sqrt{6} - 2$$

$$\therefore a + b = 2\sqrt{6}, a - b = 4, ab = 2$$

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$= (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2$$

$$= 24 - 4 = 20$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$$

$$\therefore a^4 - b^4 = 2\sqrt{6} \times 4 \times 20 = 160\sqrt{6}$$

5.  $a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0(m)$  을  
 $a_n \times m^n + a_{n-1} \times m^{n-1} + \cdots a_1 \times m + a_0 \times 1$  이라고 할 때,  $11_{(m)}$  에 3  
배를 하여 3을 더하면  $120_{(m)}$  이 된다.  $m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$11_{(m)} = 1 \times m + 1$  이므로  
 $11_{(m)}$  에 3 배를 하여 3을 더하면  
 $3(m+1) + 3 = 3m + 6$   
또한,  $120_{(m)} = 1 \times m^2 + 2 \times m + 0 \times 1 = m^2 + 2m$   
따라서  $m^2 + 2m = 3m + 6$   
 $m^2 - m - 6 = 0$   
 $(m+2)(m-3) = 0$   
이므로  $m = 3$  ( $\because m > 0$ ) 이다.

6.  $a$  는 이차방정식  $2x^2 - 8x - 7 = 0$  의 한 근이고,  $b$  는 이차방정식  $x^2 + 6x - 5 = 0$  의 한 근일 때,  $a^2 + 2b^2 - 4a + 12b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{27}{2}$

해설

$2x^2 - 8x - 7 = 0$  의 한 근이  $a$  이므로  $x$  에  $a$  를 대입하면

$$2a^2 - 8a - 7 = 0, \quad a^2 - 4a = \frac{7}{2} \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 + 6x - 5 = 0$  의 한 근이  $b$  이므로  $x$  에  $b$  를 대입하면  $b^2 + 6b - 5 =$

$$0, \quad b^2 + 6b = 5 \cdots \textcircled{2}$$

주어진 식을 변형하면

$$\begin{aligned} a^2 + 2b^2 - 4a + 12b &= a^2 - 4a + 2b^2 + 12b \\ &= (a^2 - 4a) + 2(b^2 + 6b) \\ &= \frac{27}{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. 다음 식의 값을 구하여라.

$$5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 2$

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

주어진 식을  $x$  라고 하면  $x = 5 - \frac{6}{x}$

$x = 5 - \frac{6}{x}$  의 양변에  $x$  를 곱하면

$$x^2 = 5x - 6, \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

8. 다음 식의 값을 구하여라.

$$6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $3 + \sqrt{6}$

▷ 정답 :  $3 - \sqrt{6}$

해설

주어진 식을  $x$  라고 하면  $x = 6 - \frac{3}{x}$

$x = 6 - \frac{3}{x}$  의 양변에  $x$  를 곱하면

$$x^2 = 6x - 3, \quad x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 3 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 6$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{6}$$