

1. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 소수를 n 개 포함하는 집합의 개수를 x_n 이라 할 때, $x_1 + x_2 + x_3$ 의 값을 구하면?

① 26

② 27

③ 28

④ 29

⑤ 30

2. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라.



답:

개

3. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_N\}$ 에 대하여 $[P] = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \cdots \times p_N$ 이라 정의한다. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_8$ 이라 할 때, $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \cdots \times [A_8]$ 의 값을 구하여라.



답: _____

4. 유리수 전체의 집합을 Q 라 하고, 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 집합 A_n 을 $A_n = \left\{ x \mid x - [x] = \frac{1}{n}, x \in Q \right\}$ 로 정의할 때, 다음 중에서 옳은 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 나타낸다.)

① $-\frac{4}{3} \in A_3$

② $A_2 \subset A_4$

③ $A_4 \subset A_2$

④ $A_2 \cap A_3 = \emptyset$

⑤ $A_5 = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{11}{5}, \dots, \frac{51}{5} \right\}$

5. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다. $(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset$ 일 때, $n(B \cap C) - n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.



답: _____

6. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 $X \bullet Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 라고 정의한다.

전체집합

$U = \{x|x \leq 60, x \text{는 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \bullet B) \bullet C$
의 원소 중 가장 큰 값을 구하여라.



답: _____

7. 다음 빈 칸에 ‘공, 유한, 무한’ 중 하나를 골라 알맞게 써넣어라.

- 무한집합인 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 $n(A^c) = 0$ 이면 집합 A 는 집합이다.
- A 는 유한집합, B 는 무한집합일 때, $A \cap B$ 는 집합, $B - A$ 는 집합, $A \cup B$ 는 집합이다.
- $A \cap B = A$, $A \cup B = A$ 일 때, $A - B$ 는 집합이다.

 답: _____

 답: _____

 답: _____

 답: _____

 답: _____

8. 무한집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 $(A \cup B)^c = A \cap B^c = \emptyset$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① B 는 유한집합이다.
- ② B 는 무한집합이다.
- ③ A 가 무한집합이면 B 는 유한집합이다.
- ④ A 가 유한집합이면 B 는 유한집합이다.
- ⑤ A, B 모두 무한집합이 아니다.

9. 어떤 심리학자가 사람의 상태를 A, B, C, D, E 의 다섯 가지 유형으로 분류하고 다음과 같은 가설을 세웠다.

- (i) A 형인 사람은 B 형이 아니다.
(ii) C 형이 아닌 사람은 B 형이 아니다.
(iii) C 형인 사람은 D 형이 아니다.
(iv) E 형인 사람은 B 형이다.

이

가설에 의하여 성립하지 않는 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- ㉠ A 형인 사람은 E 형이 아니다.
㉡ E 형인 사람은 C 형이 아니다.
㉢ E 형이면서도 D 형인 사람이 있다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

10. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, a, b, c 는 실수)

㉠ a, b, c 중 적어도 하나는 1보다 크다.

㉡ a, b, c 의 최댓값이 1보다 크다.

㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크다.

① 필요, 충분, 필요충분

② 충분, 필요충분, 충분

③ 필요, 필요충분, 충분

④ 충분, 필요, 필요충분

⑤ 필요, 필요, 충분

11. 다음의 I, II에서 p 가 q 이기 위한 충분조건이면 1, 필요조건이면 3, 필요충분조건이면 7, 아무 조건도 아니면 0의 값을 주기로 하자.

I. $p : ab < 0$

q : 두 부등식 $a > b$, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 이 동시에 성립한다.

II. $p : a + b - 1 < 0$

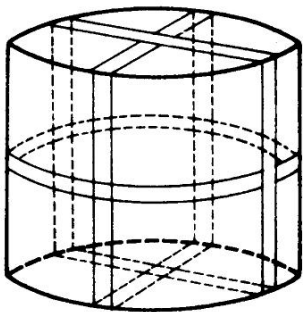
q : 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$ 이 허근을 갖는다.

a, b 가 실수일 때, I, II에 주어지는 두 값의 합을 구하시오.



답: _____

12. 길이가 60 cm 인 장식용 테이프를 가지고 원기둥 모양의 선물을 장식하려 한다. 테이프를 3 개로 잘라 아래의 그림과 같이 선물의 표면에 붙여서 장식할 때, 다음은 이 테이프로 장식할 수 있는 선물의 최대 부피를 구하는 과정이다. 그런데 아래 풀이 과정은 잘못되었다. 어디에서 잘못이 일어났는가?



선물의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라 하면

$$2 \times 2(2r + h) + 2\pi r = 60 \dots \textcircled{㉠}$$

한편, (산술평균) $\geq$ (기하평균) 이므로 $\dots \textcircled{㉡}$

$$8r + 4h + 2\pi r \geq 3^3 \sqrt{8r \cdot 4h \cdot 2\pi r} \dots \textcircled{㉢}$$

$$\text{즉, } 60 \geq 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \sqrt{\pi r^2 h}$$

$$\text{따라서, } \pi r^2 h \leq 125 \dots \textcircled{㉣}$$

이상에 의해, 구하려는 최대 부피는 125 cm^3 이다. $\dots \textcircled{㉤}$

13. $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 인 양수 a, b, c 에 대하여 $abc \leq 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.
(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적으면?

증명

주어진 식을 전개하면

$$1 + (a + b + c) + (ab + bc + ca) + abc = 8$$

이 때, (산술평균) $\geq$ (기하평균)을 이용하면

$$a + b + c \geq 3(abc)^{\frac{1}{3}}$$

$$ab + bc + ca \geq 3 \times \boxed{\text{가}}$$
 이고,

등호는 $a = b = c$ 일 때 성립한다.

$$\therefore 8 \geq 1 + 3(abc)^{\frac{1}{3}} + 3(abc)^{\frac{2}{3}} + abc = \left\{ 1 + (abc)^{\frac{1}{3}} \right\}^3$$

$$\text{그러므로 } (abc)^{\frac{1}{3}} + 1 \leq 2$$

곧, $abc \leq 1$ 을 얻는다.

또, 등호는 $\boxed{\text{나}}$ 일 때 성립한다.

① abc , $a = b = c = 1$

② $(abc)^{\frac{1}{3}}$, $a = 2$ 이고 $b = c$

③ $(abc)^{\frac{2}{3}}$, $a = b = c = 1$

④ abc , $a = b$ 또는 $c = 2$

⑤ $(abc)^{\frac{2}{3}}$, $a = b = c = 2$

14. x 의 삼차방정식 $x^3 - ax^2 + bx - 27 = 0$ 이 세 개의 양의 실근을 갖는다.

이 때, 실수 a, b 에 대하여 a 의 최소값과 b 의 최소값의 차는?

① 6

② 12

③ 16

④ 18

⑤ 20

15. 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수 f 를

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & (n \text{이 } 2 \text{의 배수일 때}) \\ n+1 & (n \text{이 } 2 \text{의 배수가 아닐 때}) \end{cases} \quad \text{로 정의하자.}$$

$f = f^1, f \circ f = f^2, f \circ f^2 = f^3, \dots, f \circ f^n = f^{n+1}$ 으로 나타낼 때, $f^k(10) = 2$ 를 만족하는 자연수 k 의 최솟값은? (단, n 은 자연수이다.)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

16. 자연수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \text{는 홀수}) \\ \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \end{cases} \quad \text{로 정의할 때, } f(f(x)) = 2 \text{ 를 만족시키}$$

는 x 의 값들의 합은?

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

17. 집합 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = S$, $A \cap B = \{5\}$ 일 때, 함수 $f : A \rightarrow B$ 가 역함수를 가지는 함수 f 의 개수를 구하시오.



답:

_____ 개

18. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 다음 중 함수 $f(2x)$ 의 역함수는?

① $g(2x)$

② $g\left(\frac{1}{2}x\right)$

③ $\frac{1}{2}g(x)$

④ $\frac{1}{2}g(2x)$

⑤ $2g\left(\frac{1}{2}x\right)$

19. $f(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ 라 한다. $f(y, x, z) + f(z, x, y) = -3$ 이고

$x + y + z \neq 0$ 일 때, $xy + yz + zx$ 의 값은?



답:

20. 0이 아닌 세 수 x, y, z 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $2(x + y + z)$ 의 값을 구하시오.

㉠ x, y, z 중 적어도 하나는 6이다.

㉡ x, y, z 의 각각의 역수의 합은 $\frac{1}{6}$ 이다.



답:

21. 수도꼭지 A, B, C 세 개가 달려있는 목욕탕 욕조에 물을 가득 채우는데, A와 B를 동시에 사용하면 p 분, B와 C를 동시에 사용하면 q 분, C와 A를 동시에 사용하면 r 분이 걸린다고 한다. A, B, C를 동시에 사용하면 몇 분이면 가득 차는가?

① $p + q + r$

② $\frac{pq + qr + rp}{p + q + r}$

③ $\frac{2pqr}{pq + qr + rp}$

④ $\frac{p + q + r}{pq + qr + rp}$

⑤ $\frac{pqr}{pq + qr + rp}$

22. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세

A	B	C
---	---	---

를 결정한다.

- (1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지
 - (2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지
 - (3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

토정비결에 있는 서로 다른 운세

A	B	C
---	---	---

는 모두 몇 가지인가?
(단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

① 64가지

② 144가지

③ 127가지

④ 216가지

⑤ 254가지

23. 10 원, 100 원, 500 원짜리 동전이 각각 12 개, 3 개, 2 개가 있다. 이들 동전을 사용하여 지불할 수 있는 방법의 종류를 a 가지, 지불할 수 있는 금액의 수를 b 가지라 할 때, $a - b$ 의 값은? (단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

① 18

② 21

③ 24

④ 27

⑤ 35

24. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 4 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불하는 경우에 지불방법의 수를 a , 지불금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



답:

_____ 가지

25. 10 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 100 원짜리 동전 1 개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

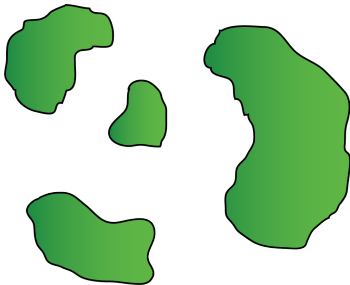
26. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙1: 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는 c 상태로 올라가고,
 a 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라간다.

규칙2: 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는 a 상태로 내려가고,
 c 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로 내려간다.

<단계1>에서 전자는 a 상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b 상태 또는 c 상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a$, $a \rightarrow c \rightarrow b$, $a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

27. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



답:

개

28. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20

② 30

③ 40

④ 50

⑤ 60

29. 정수는 대학생이 되면 해외로 배낭여행을 하기로 하고, 가고 싶은 나라를 대륙별로 아래 표와 같이 적어보았다. 정수는 두 대륙을 여행 하되 먼저 방문하는 대륙에서는 3개국을 여행하고, 두 번째 방문하는 대륙에서는 2개국을 여행하기로 하였다. 정수가 계획할 수 있는 배낭여행의 경우의 수를 구하여라. (단, 방문국의 순서는 고려하지 않는다.)

대륙	가고 싶은 나라
아시아	일본, 중국, 인도, 태국
유럽	프랑스, 이탈리아, 스페인, 그리스
아메리카	미국, 멕시코, 브라질
아프리카	이집트, 리비아, 튀니지



답:

가지

30. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>S</i>
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원이는 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

① 30

② 45

③ 60

④ 90

⑤ 120

31. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84

② 94

③ 102

④ 106

⑤ 118

32. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

① 250

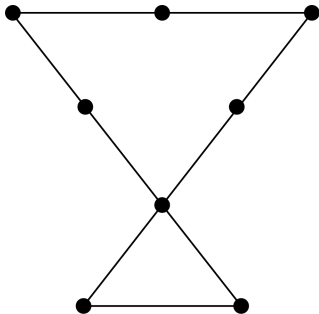
② 450

③ 500

④ 1250

⑤ 2500

33. 그림과 같이 삼각형의 두 변을 연장하여 또 다른 삼각형을 만들었다. 이 도형 위에 있는 8개의 점 중에서 3개의 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 36

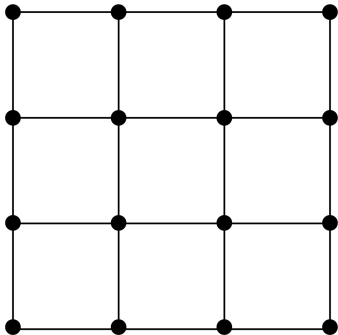
② 47

③ 54

④ 66

⑤ 75

34. 아래 그림과 같이 정사각형 모양으로 16 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 몇 개인가?



① 342

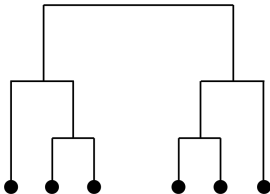
② 428

③ 489

④ 516

⑤ 642

35. 씨름 대회에 참가한 6명이 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



① 45

② 60

③ 75

④ 90

⑤ 105