

1. 비례식 $\left(2x + \frac{2}{3}y\right) : (x - y) = 2 : 3$ 을 y 에 관하여 풀면?

① $y = 2x$

② $y = -2x$

③ $y = x$

④ $y = -x$

⑤ $y = \frac{1}{2}x$

해설

$$2(x - y) = 3\left(2x + \frac{2}{3}y\right)$$

$$2x - 2y = 6x + 2y, \quad -4y = 4x$$

$$\therefore y = -x$$

2. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3, a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② 7

③ $\frac{7}{2}$

④ 14

⑤ 16

해설

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

$$9-2ab=7$$

$$\therefore ab=1$$

$$\therefore \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{7}{1}=7$$

3. $2x^4 - 2$, $x^3 - x^2 - 4x + 4$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 1$

해설

$$\begin{aligned} 2x^4 - 2 &= 2(x^4 - 1) \\ &= 2(x^2 - 1)(x^2 + 1) \\ &= 2(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - 4x + 4 &= x^2(x - 1) - 4(x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x - 1)(x - 2)(x + 2) \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라고 할 때, $a^2 - a - b^2 + 2b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 대입하면

$a^2 - a - 1 = 0$ 에서 $a^2 - a = 1$

$x = b$ 를 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에 대입하면

$b^2 - 2b - 3 = 0$ 에서 $b^2 - 2b = 3$

$\therefore a^2 - a - b^2 + 2b = a^2 - a - (b^2 - 2b) = 1 - 3 = -2$

5. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 해가 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4 이므로

$$(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$$

$$16 - 4a - a - 6 = 0, \quad 10 - 5a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

6. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - p = 0$, $x^2 - qx - 12 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 12 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $p = 15$, $q = -1$
 $\therefore p - q = 16$

7. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 12x + a = b$ 가 중근을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

주어진 방정식이 중근을 가지려면

$x^2 + 12x + a - b = 0$ 이 (완전제곱식)=0 의 꼴이 되어야 하므로

$(x + 6)^2 = 0$ 이다.

$\therefore a - b = 36$

8. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

㉠ $x^2 - 3x + 5 = 0$

㉡ $x^2 + 4x + 2 = 0$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $x^2 - 3x = -5$

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -5 + \frac{9}{4}$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4}$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

㉡ $x^2 + 4x = -2$

$x^2 + 4x + 4 = -2 + 4$

$(x + 2)^2 = 2$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면 $x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{3}{2}$

$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3}{2} + \frac{4}{9}$

$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{35}{18}$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$ 에서 양변에 3 을 곱하면 $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$

$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$

$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{16}$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

9. x 에 관한 이차식을 $2x + 5$ 로 나누면 몫이 $3x + 4$ 이고, 나머지는 1이다. 이때, 이차식은?

① $3x^2 + 12x + 1$

② $3x^2 + 12x + 11$

③ $6x^2 + 23x + 20$

④ $6x^2 + 27x + 20$

⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) $\times$ (몫) + (나머지) 이므로
(x 에 관한 이차식) = $(2x + 5) \times (3x + 4) + 1 = 6x^2 + 23x + 21$

10. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.(단, $D > 0$)

보기

$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$
 $\textcircled{\tiny \text{㉡}} \quad 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$ 이므로

$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$

$A = B^2$ 이므로 $A = \frac{1}{9}$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}} \quad 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$ 이므로

$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

11. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x+y+z+p+q+r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

12. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm \sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

13. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

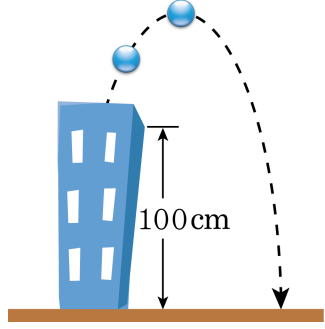
해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로

$a + b = 42$ 이다.

14. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$
$$t^2 - 8t + 12 = 0$$
$$(t - 2)(t - 6) = 0$$
$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지 올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 + 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$

15. 다음 중 $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x + 4$ ② $x + 3$ ③ $x + 2$ ④ $x - 1$ ⑤ $x - 2$

해설

$x^2 + 2x = A$ 로 치환하면
(준식) $= A^2 - 11A + 24 = (A - 3)(A - 8)$ 이다.
따라서
 $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8)$
 $= (x + 3)(x - 1)(x - 2)(x + 4)$

16. $a^2 + a + 1 = 0$ 일 때, $a^{11} + \frac{1}{a^{11}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변을 a ($a \neq 0$) 로 나누면

$$a + 1 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -1$$

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변에 $a - 1$ 을 곱하면

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a^3 - 1 = 0, a^3 = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{11} + \frac{1}{a^{11}} &= (a^3)^3 \cdot a^2 + \frac{1}{(a^3)^3 \cdot a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \\ &= (-1)^2 - 2 = -1\end{aligned}$$

17. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a + 1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(2a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

18. $a_na_{n-1}\cdots a_1a_0(m)$ 을
 $a_n\times m^n+a_{n-1}\times m^{n-1}+\cdots a_1\times m+a_0\times 1$ 이라고 할 때, $11_{(m)}$ 에 3
배를 하여 3을 더하면 $120_{(m)}$ 이 된다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$11_{(m)}=1\times m+1$ 이므로
 $11_{(m)}$ 에 3 배를 하여 3을 더하면
 $3(m+1)+3=3m+6$
또한, $120_{(m)}=1\times m^2+2\times m+0\times 1=m^2+2m$
따라서 $m^2+2m=3m+6$
 $m^2-m-6=0$
 $(m+2)(m-3)=0$
이므로 $m=3$ ($\because m>0$) 이다.

19. $x = 2 + 3\sqrt{7}$, $y = a - 2\sqrt{7}$ 일 때, $4x^2 + 9y^2 + 12xy + 2x + 3y = 12$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$4x^2 + 9y^2 + 12xy + 2x + 3y = 12$$

$$(2x + 3y)^2 + (2x + 3y) - 12 = 0$$

$$(2x + 3y - 3)(2x + 3y + 4) = 0$$

$$2x + 3y = 3 \text{ 또는 } 2x + 3y = -4$$

(i) $2x + 3y = 3$ 일 때

$$2(2 + 3\sqrt{7}) + 3(a - 2\sqrt{7}) = 3$$

$$4 + 3a = 3$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}$$

(ii) $2x + 3y = -4$ 일 때

$$4 + 3a = -4$$

$$\therefore a = -\frac{8}{3}$$

(i), (ii) 에서 $a = -\frac{1}{3}$ 또는 $a = -\frac{8}{3}$

$$\therefore -\frac{1}{3} - \frac{8}{3} = -3$$

20. 다음 식의 값을 구하여라.

$$5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

주어진 식을 x 라고 하면 $x = 5 - \frac{6}{x}$

$x = 5 - \frac{6}{x}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 = 5x - 6, \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$