

1. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ 점 $(-3, 27)$ 을 지난다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

- ① ㉠

② ㉠,㉡

③ ㉠,㉡,㉣

④ ㉠,㉡,㉣,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤,㉥

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0,0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭
이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉣은 옳다.
㉢ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로
 $x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

2. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으세요?

① $y = 2x^2$

② $y = \frac{x^2}{3}$

③ $y = -\frac{x^2}{4}$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ ($a \neq 0$) 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.

3. $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \times \sqrt{15} \div \sqrt{10}$ 를 간단히 하면?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \times \sqrt{15} \div \sqrt{10} &= \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \times \sqrt{15} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

4. 다음 식을 간단히 한 것 중 값이 나머지 한 개와 다른 하나를 고르면?

㉠ $10 \div \sqrt{10} \div \sqrt{5}$	㉡ $\sqrt{3} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}$
㉢ $4 \div \frac{1}{\sqrt{10}} \div 4\sqrt{5}$	㉣ $\sqrt{9} \div \sqrt{75} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$
㉤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{1}{\sqrt{20}} \div \sqrt{6}$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉠ $10 \div \sqrt{10} \div \sqrt{5}$
 $= \frac{10}{\sqrt{10} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{50}} = \sqrt{2}$

㉡ $\sqrt{3} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2}$

㉢ $4 \div \frac{1}{\sqrt{10}} \div 4\sqrt{5}$
 $= \frac{4 \times \sqrt{10}}{4\sqrt{5}} = \sqrt{2}$

㉣ $\sqrt{9} \div \sqrt{75} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{3}}{\sqrt{75}} = \frac{3}{5}$

㉤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{1}{\sqrt{20}} \div \sqrt{6}$
 $= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{20}}{\sqrt{5} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

5. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 가 $x = 4$ 를 해로 가질 때, 다른 해를 구하면?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$x = 4$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이므로 대입하면 $16 - 8 + a = 0$ $\therefore a = -8$

$x^2 - 2x - 8 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4, -2$ 이므로 다른 해는 $x = -2$

6. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -2$$

7. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
 - ④ 위로 볼록한 그래프이다.
 - ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 $(2, 0)$ 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

8. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동 시키면 점 $(1, p)$ 를 지난다. p 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동 시키면

$$y = -(x - 3)^2$$

$$\therefore p = -(1 - 3)^2 = -4$$

9. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

10. 아래 이차함수 식 가운데 x 축과 교점이 한 개인 것은?

① $y = x^2 - x + 3$

② $y = x^2 + x - 2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 4$

⑤ $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

11. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad 3 - \sqrt{3} < -\sqrt{3}$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}} \quad 3 - \sqrt{5} > \sqrt{5} - \sqrt{8}$

$\textcircled{\tiny \text{㉢}} \quad -1 > -\sqrt{5}$

$\textcircled{\tiny \text{㉣}} \quad \sqrt{7} - \sqrt{10} < -3 + \sqrt{7}$

$\textcircled{\tiny \text{㉤}} \quad 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{2}{3}} + 1$

- ① 1 개 ② 2 개 **③ 3 개** ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad 3 - \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 3 > 0$$
$$\therefore 3 - \sqrt{3} > -\sqrt{3}$$

$$\textcircled{\tiny \text{㉢}} \quad 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} + 1\right) = \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}} > 0$$
$$\therefore 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} > -\sqrt{\frac{2}{3}} + 1$$

12. 다음은 $a = 3\sqrt{2} + 1$, $b = 2\sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. 결과에 해당하는 것을 찾으면?

$$\begin{aligned} a - b &= (3\sqrt{2} + 1) - (2\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{12} + 1 \end{aligned}$$

- ① $a > b$
- ② $a \geq b$
- ③ $a < b$
- ④ $a \leq b$
- ⑤ $a = b$

해설

$\sqrt{18} + 1 > \sqrt{12}$ 이기 때문에 $\sqrt{18} - \sqrt{12} + 1$ 의 값 또한 0 보다 크다.

a 와 b 의 대소 관계를 구할 때, $a - b$ 의 값이 양수이면 $a > b$ 이고, 음수이면 $a < b$ 이므로

정답은 $a > b$ 이다.

13. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

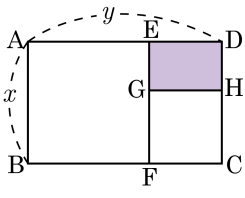
$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1(\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y+xy^3 = xy(x^2+y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

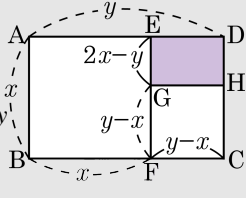
14. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 세로의 길이가 x , 가로의 길이가 y 이고, $\square ABFE$ 와 $\square GFCH$ 가 모두 정사각형이다. 이 때, $\square EGHD$ 의 넓이는? (단, $x < y < 2x$)



- ① $-2x^2 + 3xy - y^2$ ② $-2x^2 - 3xy - y^2$
 ③ $2x^2 - 3xy - y^2$ ④ $2x^2 + 3xy - y^2$
 ⑤ $2x^2 + 3xy + y^2$

해설

다음 그림에서
 $(\square EGHD \text{의 넓이}) = (\text{가로}) \times (\text{세로})$
 $= (y - x)(2x - y)$
 $= 2xy - y^2 - 2x^2 + xy$
 $= -2x^2 + 3xy - y^2$



15. 다음 중 x 에 관한 이차방정식은?

① $x(2x - 1) = 3x^2 + 1$

② $3x^2 + x = 3(x - 2)^2$

③ $x^3 - 4x + 3 = 1 + x^3$

④ $2x^3 - x = 0$

⑤ $(x - 2)(x - 5) = x^2 - 10$

해설

$ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 꼴이 이차방정식 이다.

② $13x - 12 = 0$: 일차방정식

③ $4x - 3 = 0$: 일차방정식

④ $2x^3 - x = 0$: 삼차방정식

⑤ $7x - 20 = 0$: 일차방정식

16. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

- $\neg$

$x^2 = 0$
- $\textcircled{\text{L}}$

$x^2 = 8x$
- $\textcircled{\text{E}}$

$x^2 + 4x = x - 3$
- $\textcircled{\text{E}}$

$(x - 2)^2 = 25$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)^2 + 4 = x^2$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)(x - 4) = x^2(x + 2)$

- ①

$\neg, \textcircled{\text{E}}$
- ②

$\textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$
- ③

$\neg, \textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{H}}$
- ④

$\textcircled{\text{H}}, \textcircled{\text{H}}$
- ⑤

$\textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{H}}$

해설

$\textcircled{\text{H}}$ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$
 $2x + 5 = 0$: 일차방정식

$\textcircled{\text{H}}$ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$
 $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

17. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

18. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$
④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

19. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 0 , $b : 0$

② $a : -5$ 또는 -1 , $b : -5$

③ $a : 1$ 또는 -3 , $b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 5 , $b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 2 , $b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

20. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면

$q = 2$

따라서 $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 이다.