1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고르면?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $-\sqrt{a^2} = a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

④ $\sqrt{-a^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

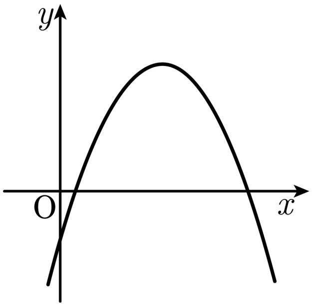
해설

② $-\sqrt{a^2} = -a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $-a^2 < 0$ 이므로 $\sqrt{-a^2}$ 의 값은 없다.

2. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호는?



① $a < 0, \quad b > 0, \quad c < 0$

② $a > 0, \quad b < 0, \quad c > 0$

③ $a < 0, \quad b < 0, \quad c > 0$

④ $a < 0, \quad b > 0, \quad c > 0$

⑤ $a < 0, \quad b < 0, \quad c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

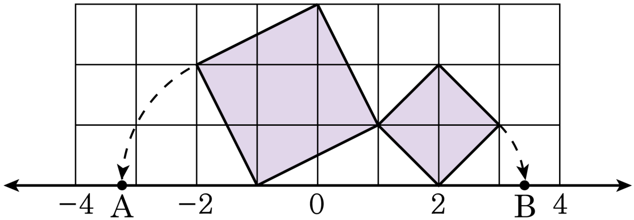
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$

따라서 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$

따라서 $c > 0$

3. 다음 수직선에서 두 점 A, B 에 대응하는 점을 각각 바르게 나타낸 것은?



① $A\left(-1-\sqrt{5}\right)$, $B\left(2-\sqrt{2}\right)$

② $A\left(-1+\sqrt{5}\right)$, $B\left(2+\sqrt{2}\right)$

③ $A\left(-1-\sqrt{5}\right)$, $B\left(2+\sqrt{2}\right)$

④ $A\left(-1+\sqrt{5}\right)$, $B\left(2-\sqrt{2}\right)$

⑤ $A\left(-1-\sqrt{7}\right)$, $B\left(2+\sqrt{2}\right)$

해설

(큰 정사각형의 넓이)$= 3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

(한 변의 길이)$=\sqrt{5}$

$\therefore\ A(-1-\sqrt{5})$

(작은 정사각형의 넓이)$= 2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

한 변의 길이$=\sqrt{2}$

$\therefore\ B(2+\sqrt{2})$

4. $\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{5}}{2}$ 을 간단히 나타내면?

① $-\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{12}$　② $\frac{\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{5}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{5}}{6}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$=\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{5}-3\sqrt{5}}{6}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{3}$$

5. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

① -3　② $-\frac{5}{3}$　③ $-\frac{7}{8}$　④ 2　⑤ 5

해설

$3x^2 + 2x = 5$

$3x^2 + 2x - 5 = 0$

$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $-\frac{5}{3}$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

6. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1,\ a)$를 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 - 1$ 의 그래프가
점 $(1,\ a)$를 지나므로
$5 - 1 = a$, $a = 4$ 이다.

7. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{13}{4}\right)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

③ y 축과 $(0,\ 3)$ 에서 만난다.

④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

③ y 축과 $(0,\ 10)$ 에서 만난다.

8. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

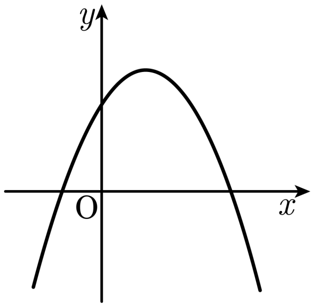
④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나는 사분면은?



① 제 $1, 2, 3$ 사분면

② 제 $1, 3, 4$ 사분면

③ 제 $1, 2, 4$ 사분면

④ 제 $2, 3, 4$ 사분면

⑤ 제 $1, 3$ 사분면

해설

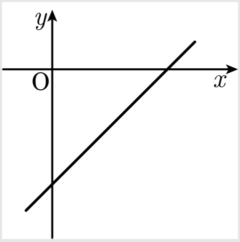
그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,

축 $x = -\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.

$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$

기울기 $-\dfrac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\dfrac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



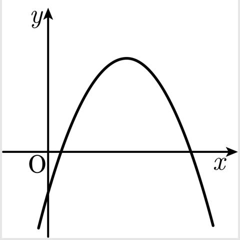
$\therefore$ 제 $1, 3, 4$ 사분면을 지난다.

10. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 1, 3, 4사분면을 지난다고 할 때, a, b, c의 부호가 바르게 짝지어 진 것은?

① $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$
② $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$
③ $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$
④ $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$
⑤ $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$

해설

제 2사분면을 지나지 않으려면 다음 그래프와 같다.

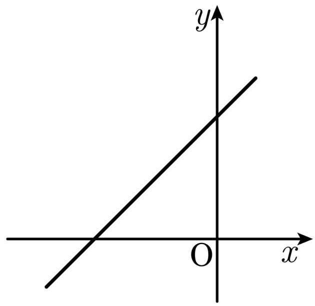


위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$

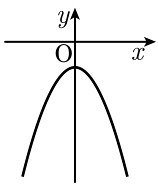
축의 방정식 $x = -\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

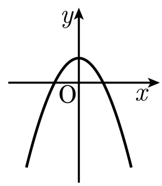
11. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



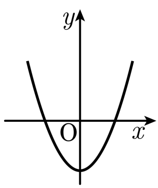
①



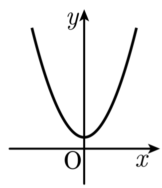
②



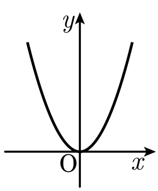
③



④



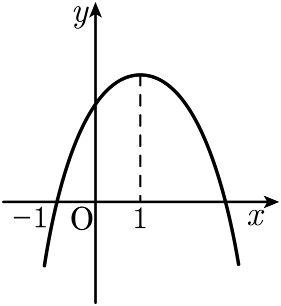
⑤



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x축의 위쪽에 있다.

12. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $ab < 0$ ② $bc > 0$ ③ $ac > 0$

④ $abc < 0$ ⑤ $a + b + c > 0$

해설

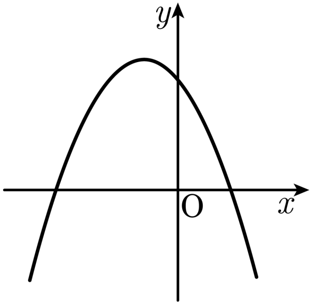
그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서

$x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고

y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

13. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



① $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$

② $a < 0,\ p < 0,\ q < 0$

③ $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

④ $a < 0,\ p < 0,\ q > 0$

⑤ $a < 0,\ p > 0,\ q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로 $a < 0,\ p < 0,\ q > 0$ 이다.

14. 두 이차방정식 $x^2+x+a=0$, $3x^2-bx+6=0$의 공통인 해가 $x=3$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

공통인 해가 $x=3$이므로
$x=3$ 은 $x^2+x+a=0$, $3x^2-bx+6=0$ 의 근이다.
$x=3$을 두 방정식에 각각 대입하면
$9+3+a=0$　$\therefore\ a=-12$
$27-3b+6=0$ $\therefore\ b=11$
따라서 $a+b=-12+11=-1$

15. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y=-x^2-2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은?

① $y=2x^2-3$ ② $y=-2x^2+3$ ③ $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}$

④ $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$ ⑤ $y=-x^2-7$

해설

$y=-x^2-2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

16. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① y축에 대하여 대칭이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이다.

④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

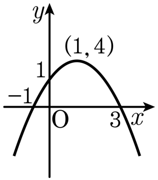
해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x축에 대하여 대칭이다.

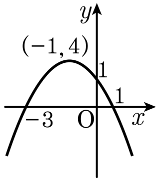
$\therefore$ ② 가 옳지 않다.

17. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1$ 의 그래프는?

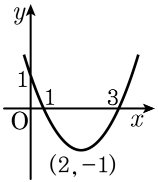
①



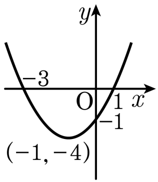
②



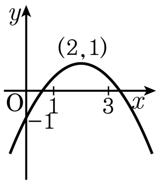
③



④



⑤



해설

$$y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$$

꼭짓점의 좌표 : $(2, 1)$, y 축과의 교점 : $(0,\ -1)$($\because x=0$ 대입, $y=-1$)

18. 다음의 두 식 A, B에 대하여 $A+B$를 계산하여라.

$$\mathrm{A} = \sqrt{\left(3-\sqrt{10}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{10}-3\right)^2}$$
$$B = \sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2} + \sqrt{\left(2\sqrt{2}-2\right)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

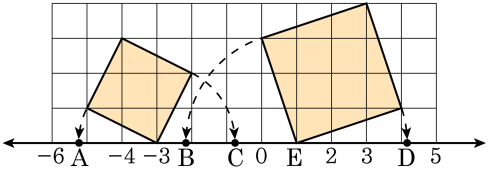
$3 < \sqrt{10}$, $2 < 2\sqrt{2} < 3$

$A = -\left(3-\sqrt{10}\right) - \left(\sqrt{10}-3\right) = 0$

$B = \left(3-2\sqrt{2}\right) + \left(2\sqrt{2}-2\right) = 1$

$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$

19. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b+d)-(a+c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

(1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$

$\therefore\ a = -3 - \sqrt{5}\ ,\ c = -3 + \sqrt{5}$

(2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$

$\therefore\ b = 1 - \sqrt{10}\ ,\ d = 1 + \sqrt{10}$

$\therefore\ b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$

$\therefore\ a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$

따라서 $(b + d) - (a + c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.

20. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ −120 ⑤ −100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

21. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $k=-6$ 이면 근이 2 개이다.

② $k=-1$ 이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k=0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k=2$ 이면 근이 1 개이다.

⑤ $k=4$ 이면 근이 없다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

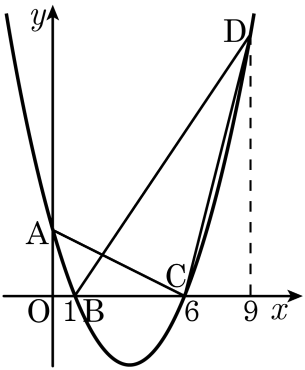
음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

22. 다음 그림은 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6-1) \times c = \frac{15}{2}$ 이다.

$c=3$, 즉 $A(0,3)$ 이다.

$y=ax^2+bx+3=a(x-1)(x-6)=ax^2-7ax+6a$

$6a=3$, $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{7}{2}$ 이다.

$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{2}x+3$ 이므로 $D(9,12)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6-1) \times 12 = 30$

23. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로

$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times$ (자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times$(자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 (자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

24. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 11 가지

해설

$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)}$ 이므로

$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.

$(x-3)(y+1)=1$ 일 때, $(x,\ y)=(4,\ 0)$

$(x-3)(y+1)=4$ 일 때,

$(x,\ y)=(4,\ 3)(5,\ 1)(7,\ 0)$

$(x-3)(y+1)=9$ 일 때, $(x,\ y)=(4,\ 8)(6,\ 2)$

$(x-3)(y+1)=16$ 일 때, $(x,\ y)=(5,\ 7)(7,\ 3)$

$(x-3)(y+1)=25$ 일 때, $(x,\ y)=(8,\ 4)$

$(x-3)(y+1)=36$ 일 때, $(x,\ y)=(7,\ 8)(9,\ 5)$

따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 11 가지이다.

25. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수일 때, 양의 실수 x 에 대하여 $x^2+(x-[x])^2=18$ 이 성립할 때, $(x-[x])^2+\dfrac{1}{(x-[x])^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$0 \le x-[x] < 1$ 이므로 $0 \le (x-[x])^2 < 1$

$x^2+(x-[x])^2=18$ 에서 $(x-[x])^2=18-x^2$

$0 \le 18-x^2 < 1$

$\therefore\ \sqrt{17} < x \le \sqrt{18}$

즉 $[x]=4$ 이므로 $x^2+(x-[x])^2=18$ 에 대입하면

$2x^2-8x-2=0, x^2-4x-1=0$

$\therefore\ x=2+\sqrt{5}\ (\because\ x>0)$

$$\begin{aligned}\therefore\ &(x-[x])^2+\frac{1}{(x-[x])^2}\\ &=(2+\sqrt{5}-4)^2+\frac{1}{(2+\sqrt{5}-4)^2}\\ &=9-4\sqrt{5}+\frac{1}{9-4\sqrt{5}}\\ &=9-4\sqrt{5}+9+4\sqrt{5}\\ &=18\end{aligned}$$