

1. 두 직선  $2x + ay + 1 = 0$ ,  $x + (a - 3)y - 4 = 0$  이 평행할 때, 실수  $a$ 의 값은?

①  $-6$

②  $-3$

③  $2$

④  $3$

⑤  $6$

해설

두 직선이 평행하므로

$$\frac{2}{1} = \frac{a}{a-3} \neq -\frac{1}{4}$$

$$\therefore 2a - 6 = a, a \neq \frac{3}{5} \text{에서 } a = 6$$

2. 좌표평면 위의 점  $(1, 2)$  와 직선  $x + 2y = 0$  사이의 거리는?

- ① 1            ②  $\sqrt{2}$             ③ 2            ④  $\sqrt{5}$             ⑤ 5

해설

점  $(1, 2)$  와 직선  $x + 2y = 0$  사이의 거리  $d$  는

$$\therefore d = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$$

3. 세 점 A(2, 1), B(4, 3), C(a, 0)에 대하여  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{(a-2)^2 + 1^2}, \overline{BC} = \sqrt{(a-4)^2 + 3^2}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{에서 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$(a-2)^2 + 1 = (a-4)^2 + 9$$

$$4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

4. 복소수  $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 P( $a, b$ )에 대응시킬 때,  $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P가 그리는 도형은? (단,  $a, b$ 는 실수,  $i = \sqrt{-1}$ )
- ① 원                                      ② 아래로 볼록한 포물선  
③ 위로 볼록한 포물선                ④ 기울기가 음인 직선  
**⑤ 기울기가 양인 직선**

해설

$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi) \\ &= (2a+3b) + (2b-3a)i \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

㉦이 실수이려면  $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

5. 수직선 위의 세 점 A(1), B(7), C(10) 과 동점  $P(x)$  에 대하여  $\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2}$  이 최소가 되는 점 P 의 좌표를 구하면?
- ① P(5)      ② P(6)      ③ P(7)      ④ P(8)      ⑤ P(9)

해설

$$\begin{aligned} &\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2} \\ &= (x-1)^2 + (x-7)^2 + (x-10)^2 \\ &= 3(x-6)^2 + 42 \end{aligned}$$

따라서  $x=6$  일 때 최소가 된다.

6. 두 점 A(1, 3), B(4, 0) 을 지나는 직선에 수직이고 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점을 지나는 직선의 방정식을 구하면  $y = ax + b$  이다.  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a + b = 9$

해설

직선 AB 의 기울기는  $\frac{0-3}{4-1} = -1$  이므로

직선 AB 에 수직인 직선의 기울기는 1 이다.

또, 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점의 좌표는

$\left( \frac{1 \times 4 - 2 \times 1}{1 - 2}, \frac{1 \times 0 - 2 \times 3}{1 - 2} \right)$ , 즉 (-2, 6)

따라서 구하는 직선은 기울기가 1 이고

점 (-2, 6) 을 지나므로

$y - 6 = 1 \cdot (x + 2)$ ,  $y = x + 8$

$a = 1$ ,  $b = 8$   $\therefore a + b = 9$

7. 두 직선  $3x+2y-1=0$  과  $2x-3y+1=0$  으로부터 같은 거리에 있는 점들 중  $x$  와  $y$  의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

- I. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.  
II. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.  
III. 제3사분면에 있는 모든 점들의  $y$ 좌표는 5의 배수이다.

- ① I                      ② II                      ③ III                      ④ I, III                      ⑤ II, III

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을  $P(a, b)$  라고 하면  
$$\frac{|3a+2b-1|}{\sqrt{13}} = \frac{|2a-3b+1|}{\sqrt{13}}$$
 $3a+2b-1=2a-3b+1$  또는  $3a+2b-1=-2a+3b-1$  이므로  
 $a+5b-2=0, 5a-b=0$  에서  
 $x+5y-2=0, 5x-y=0$   
즉,  $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$  와  
 $y=5x$  위에 있는 모든 점들은  
주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.  
I. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.  
II.  $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$   
위의 점, 예를 들면  $(-3, 1)$  이 있다.  
III.  $y=5x$  로  $x$  가 정수일 때,  
 $y$  좌표는 5의 배수이다.

8. 좌표평면 위의 두 점 A(-2, 5), B(6, -3)을 잇는 선분 AB를  $t : (1-t)$ 로 내분하는 점이 제 1사분면에 있을 때,  $t$ 의 값의 범위는? (단,  $0 < t < 1$ )

①  $\frac{1}{8} < t < \frac{1}{4}$   
④  $\frac{1}{2} < t < \frac{7}{8}$

②  $\frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$   
⑤  $\frac{5}{8} < t < 1$

③  $\frac{3}{8} < t < \frac{3}{4}$

해설

선분 AB를  $t : (1-t)$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{t \cdot 6 + (1-t) \cdot (-2)}{t + (1-t)}, \frac{t \cdot (-3) + (1-t) \cdot 5}{t + (1-t)} \right) = (8t - 2, 5 - 8t)$$

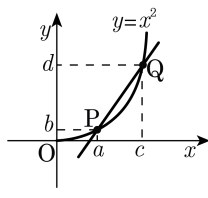
이 점이 제 1사분면에 있기 위해서는

$$8t - 2 > 0, 5 - 8t > 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$$

9. 함수  $y = x^2$  의 그래프 위의 두 점  $P(a, b)$ ,  $Q(c, d)$  에 대하여  $\frac{\sqrt{b} + \sqrt{d}}{2} = 1$  일 때, 직선 PQ의 기울기는?(단,  $0 < a < c$  )

- ①  $\frac{5}{2}$     ② 2    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 1    ⑤  $\frac{1}{2}$



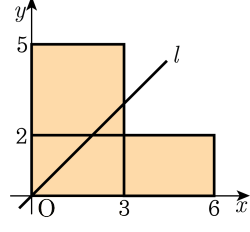
**해설**

점  $P(a, b)$ ,  $Q(c, d)$  는  $y = x^2$  의 그래프 위의 점이므로  $b = a^2$ ,  $d = c^2$

즉,  $a = \sqrt{b}$ ,  $c = \sqrt{d}$  ( $\because 0 < a < c$ )

$$\begin{aligned} (\overline{PQ} \text{의 기울기}) &= \frac{d-b}{c-a} = \frac{c^2-a^2}{c-a} \\ &= \frac{(c-a)(c+a)}{c-a} \\ &= c+a = \sqrt{d} + \sqrt{b} = 2 \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 원점을 지나는 직선  $l$ 이 이등분할 때, 직선  $l$ 의 기울기를 구하면?

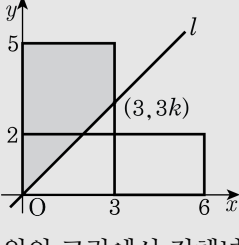


▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직선  $l$ 을  $y = kx$ 라 하자.



위의 그림에서 전체 넓이는  $3 \cdot 5 + (6 - 3) \cdot 2 = 21$  이고

어두운 부분의 넓이는  $\{5 + (5 - 3k)\} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$  이다.

직선  $l$ 이 전체 넓이를 이등분하므로

$$\frac{21}{2} = \frac{3(10 - 3k)}{2}, k = 1$$

$\therefore$  기울기는 1