

1. 두 직선 $2x + ay + 1 = 0$, $x + (a - 3)y - 4 = 0$ 이 평행할 때, 실수 a 의 값은?

① -6

② -3

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로

$$\frac{2}{1} = \frac{a}{a-3} \neq -\frac{1}{4}$$

$$\therefore 2a - 6 = a, a \neq \frac{3}{5} \text{에서 } a = 6$$

2. 좌표평면 위의 점 $(1, 2)$ 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리는?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ 5

해설

점 $(1, 2)$ 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리 d 는

$$\therefore d = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$$

3. 세 점 $A(2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, 0)$ 에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{(a-2)^2 + 1^2}, \overline{BC} = \sqrt{(a-4)^2 + 3^2}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{에서 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$(a-2)^2 + 1 = (a-4)^2 + 9$$

$$4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

4. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

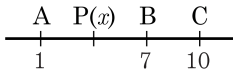
$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

⑦ 이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

5. 수직선 위의 세 점 A(1), B(7), C(10) 과 동점 P(x) 에 대하여 $\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2}$ 이 최소가 되는 점 P 의 좌표를 구하면?



① P(5)

② P(6)

③ P(7)

④ P(8)

⑤ P(9)

해설

$$\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2}$$

$$= (x-1)^2 + (x-7)^2 + (x-10)^2$$

$$= 3(x-6)^2 + 42$$

따라서 $x = 6$ 일 때 최소가 된다.

6. 두 점 A(1, 3), B(4, 0) 을 지나는 직선에 수직이고 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 9$

해설

직선 AB 의 기울기는 $\frac{0-3}{4-1} = -1$ 이므로

직선 AB 에 수직인 직선의 기울기는 1 이다.

또, 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times 4 - 2 \times 1}{1 - 2}, \frac{1 \times 0 - 2 \times 3}{1 - 2} \right), \text{ 즉 } (-2, 6)$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 1 이고

점 $(-2, 6)$ 을 지나므로

$$y - 6 = 1 \cdot (x + 2), \quad y = x + 8$$

$$a = 1, \quad b = 8 \quad \therefore a + b = 9$$

7. 두 직선 $3x + 2y - 1 = 0$ 과 $2x - 3y + 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 x 와 y 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

I. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.

II. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.

III. 제3사분면에 있는 모든 점들의 y 좌표는 5의 배수이다.

① I

② II

③ III

④ I, III

⑤ II, III

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을

$P(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{|3a + 2b - 1|}{\sqrt{13}} = \frac{|2a - 3b + 1|}{\sqrt{13}}$$

$$3a + 2b - 1 = 2a - 3b + 1 \text{ 또는}$$

$$3a + 2b - 1 = -2a + 3b - 1 \text{ 이므로}$$

$$a + 5b - 2 = 0, 5a - b = 0 \text{ 에서}$$

$$x + 5y - 2 = 0, 5x - y = 0$$

$$\text{즉, } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5} \text{ 와}$$

$y = 5x$ 위에 있는 모든 점들은

주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.

I. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.

$$\text{II. } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$$

위의 점, 예를 들면 $(-3, 1)$ 이 있다.

III. $y = 5x$ 로 x 가 정수일 때,

y 좌표는 5의 배수이다.

8. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 5)$, $B(6, -3)$ 을 잇는 선분 AB 를 $t : (1-t)$ 로 내분하는 점이 제 1사분면에 있을 때, t 의 값의 범위는? (단, $0 < t < 1$)

① $\frac{1}{8} < t < \frac{1}{4}$

② $\frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$

③ $\frac{3}{8} < t < \frac{3}{4}$

④ $\frac{1}{2} < t < \frac{7}{8}$

⑤ $\frac{5}{8} < t < 1$

해설

선분 AB 를 $t : (1-t)$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{t \cdot 6 + (1-t) \cdot (-2)}{t + (1-t)}, \frac{t \cdot (-3) + (1-t) \cdot 5}{t + (1-t)} \right) = (8t - 2, 5 - 8t)$$

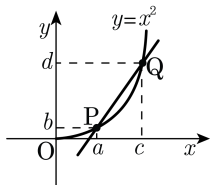
이 점이 제 1사분면에 있기 위해서는

$$8t - 2 > 0, 5 - 8t > 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$$

9. 함수 $y = x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{\sqrt{b} + \sqrt{d}}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ 의 기울기는? (단, $0 < a < c$)

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$



해설

점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 는 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $b = a^2$, $d = c^2$

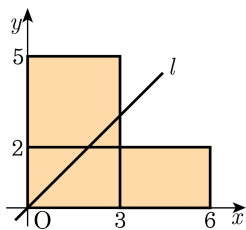
즉, $a = \sqrt{b}$, $c = \sqrt{d}$ ($\because 0 < a < c$)

$$(\overline{PQ} \text{의 기울기}) = \frac{d - b}{c - a} = \frac{c^2 - a^2}{c - a}$$

$$= \frac{(c - a)(c + a)}{c - a}$$

$$= c + a = \sqrt{d} + \sqrt{b} = 2$$

10. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 원점을 지나는 직선 l 이 이등분할 때, 직선 l 의 기울기를 구하면?

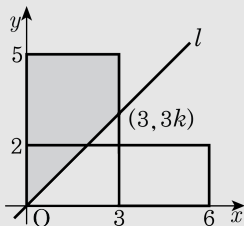


▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직선 l 을 $y = kx$ 라 하자.



위의 그림에서 전체 넓이는 $3 \cdot 5 + (6 - 3) \cdot 2 = 21$ 이고

어두운 부분의 넓이는 $\{5 + (5 - 3k)\} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$ 이다.

직선 l 이 전체 넓이를 이등분하므로

$$\frac{21}{2} = \frac{3(10 - 3k)}{2}, k = 1$$

$\therefore$ 기울기는 1