

1. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

㉠ 모든 원소는 자연수이다.

㉡ $2 \in A, 6 \in A$

㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

① 4

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로

$2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$

$4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

2. 다음 집합 중에서 무한집합인 것을 모두 고르면?

① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } x \geq 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 분수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 < x < 7 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 무한집합

② $\{1, 3, 5, 7, \dots, 97, 99\}$ 유한집합

③ $\{5, 6, 7, 8, \dots\}$ 무한집합

④ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 무한집합

⑤ 공집합

3. 집합 $A = \{\emptyset, 3, 6, \{3, 6\}\}$, $B = \{\emptyset, 3, \{3, 6\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\emptyset \in \emptyset$

② $\{3, 6\} \in B$

③ $6 \in B$

④ $\{\{3, 6\}\} \subset A$

⑤ $B \subset A$

해설

① $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고 $\emptyset \notin \emptyset$, $\emptyset \subset \emptyset$ 이다.

② B 의 원소는 $\emptyset, 3, \{3, 6\}$ 이므로 $\{3, 6\} \in B$ 이다.

③ $6 \notin B$

4. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 적어도 하나의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 4개

② 8개

③ 12개

④ 24개

⑤ 32개

해설

‘적어도~’ 문제는 반대의 경우를 구하여 전체 경우의 수에서 빼준다.

모든 부분집합의 수 : 2^5 개 홀수만 가지고 만들 수 있는 부분집합 수 $\Rightarrow \{1, 3, 5\}$ 의 부분집합 수 : 2^3 개

$$\therefore 32 - 8 = 24(\text{개})$$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

㉠ $X \subset A$

㉡ $\{3, 5\} \subset X$

㉢ $n(X) \leq 5$

① 12 개

② 13 개

③ 14 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 $\{3, 5\}$ 를 반드시 포함하며 원소의 개수가 5 개이하인 부분집합이다.

원소의 개수가 2개인 부분집합 : $\{3, 5\}$

원소의 개수가 3개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 5, 9\}, \{3, 5, 11\}$

원소의 개수가 4개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 9\}, \{1, 3, 5, 11\}, \{3, 5, 7, 9\}, \{3, 5, 7, 11\}, \{3, 5, 9, 11\}$

원소의 개수가 5개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 9, 11\}, \{3, 5, 7, 9, 11\}$

6. 전체집합 $\{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \text{ 는 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{3, 4, 6\}$ 가 있다. $A \cup X = B \cup X$ 가 성립하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하면?

① 16 개

② 32 개

③ 64 개

④ 128 개

⑤ 256 개

해설

$A \cup X = B \cup X$ 가 성립하려면 X 에 $A \cap B$ 의 원소는 들어 있어도 되고 들어 있지 않아도 상관없다. 그러나 그 외의 A, B 의 원소는 반드시 들어 있어야 한다. 즉 집합 X 는 2, 3, 8, 10 이 모두 포함된 U 의 부분집합이다.

$\therefore \{1, 4, 5, 6, 7, 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

따라서 $2^6 = 64(\text{개})$ 이다.

7. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, c, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

① $\{a, b, c, d, e\}$

② $\{a, b, c, e\}$

③ $\{a, b, c, d\}$

④ $\{a, c, d, e\}$

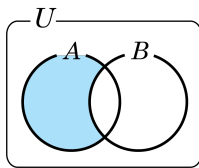
⑤ $\{a, c, e\}$

해설

$\{a, c, e\} \subset B \subset \{a, b, c, d, e\}$ 이므로 집합 B 는 원소 a, c, e 는 반드시 포함하는 집합이다.

따라서 ③은 B 가 될 수 없다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 그림과 같이 벤 다이어그램을 그린 후 원소를 써 넣어 보았더니 색칠한 부분에는 원소가 하나도 없었다. 다음 중 항상 옳은 것은?



① $B \subset A$

② $n(A) < n(B)$

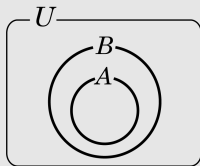
③ $A \cup B = B$

④ $B - A = \emptyset$

⑤ $A^c \subset B^c$

해설

주어진 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 공집합이므로 집합 A 는 집합 B 에 포함된다. 따라서 $A \cup B = B$ 가 항상 성립한다.



9. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} ,$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\} ,$$

$$B = \{4, 5, 6\} \text{ 이고,}$$

$$B \cap X = B \Rightarrow B \subset X ,$$

$$(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\} \text{ 이므로}$$

X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

10. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$A \cup X = X$ 이므로 $A \subset X$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고

$X \cap (B - A) = \{5, 11\}$ 이므로

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 9 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는
전체집합 U 의 부분집합이므로

$$2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

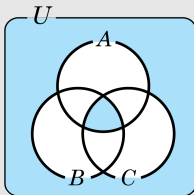
11. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 30\text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x|x\text{는 } 30\text{이하의 } 6\text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x\text{는 } 30\text{이하의 } 9\text{의 배수}\}$,
 $C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A\Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때,
 $n((A\Delta B) \cap (A\Delta C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$(A\Delta B) \cap (A\Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A\Delta B) \cap (A\Delta C)) = 1 + 21 = 22$$

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 50, n(B) = 32, n(C) = 15, n(A \cup B) = 70, n(A \cap C) = 15, n(B \cap C) = 0$ 일 때,

$n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$B \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.

$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$ 이고

$A \cap B \cap C = \emptyset$ 이므로 $n(A \cap B) = 50 + 32 - 70 = 12$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 50 + 32 + 15 - 15 - 12 - 0 + 0 = 70$$

따라서 정답은 $70 + 2 \times 0 = 70$

13. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 모두 실수 x 에 대하여 $f(x) \cdot g(x) = 0$ 을 만족시킨다. 두 집합 $A = \{x | f(x) = 0\}$, $B = \{x | g(x) = 0\}$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① A와 B는 모두 무한집합
- ② A와 B는 모두 유한집합
- ③ A가 유한집합이면 B는 무한집합
- ④ A가 무한집합이면 B는 유한집합
- ⑤ A가 무한집합이면 B는 무한집합

해설

$f(x) \cdot g(x) = 0 \leftrightarrow f(x) = 0$ 또는 $g(x) = 0$ 이므로 $A \cup B$ 는 무한집합

$\therefore$ A가 유한집합이면 B는 반드시 무한집합

14. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람 A, B, C, D 중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

A : 범인은 B 이다.

B : 범인은 D 이다.

C : 나는 범인이 아니다.

D : B 는 거짓말을 하고 있다.

① A, D

② B, C

③ C, B

④ D, C

⑤ B, A

해설

B 가 옳은 진술이라면 범인은 D 가 되고 C 도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에 B 는 거짓이 되고, D 가 옳은 진술이 된다. D 를 제외한 나머지 모두 거짓말이 되기 때문에 범인은 C 다.

15. 다음 등식을 이용하여 증명할 수 있는 부등식은?

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ &= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \end{aligned}$$

- ① $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$
- ② $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \leq |a| + |b| + |c|$
- ③ $\sqrt{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq |a + b + c|$
- ④ $a^2 + b^2 + c^2 \leq (a + b + c)^2$
- ⑤ $a + b + c \geq 3^3 \sqrt{abc}$

해설

$$\frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

③의 경우 양변을 제곱하여 빼면

$$3(a^2 + b^2 + c^2) - |a + b + c|^2$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \geq 0$$

$$\therefore \sqrt{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq |a + b + c|$$

16. 자연수 n 에 대하여 n^2 을 오진법으로 표시했을 때 일의 자리수를 $f(n)$ 이라 하자. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

- ㉠ $f(3) = 4$
 ㉡ $0 \leq f(n) \leq 4$
 ㉢ $f(n) = 2$ 인 자연수 n 은 없다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠. $f(3)$ 은 3^2 을 오진법으로 표시한 일의 자리수이므로 $3^2 = 5 \times 1 + 4 = 14_{(5)}$ 에서 $f(3) = 4 \quad \therefore$ 참

㉡. 오진법으로 쓸 때 1의 자리에는 0, 1, 2, 3, 4만이 올 수 있으므로 $0 \leq f(n) \leq 4 \quad \therefore$ 참

㉢. $f(n) = 2$ 이므로

$$n^2 = p_k 5^k + p_{k-1} 5^{k-1} + \cdots + p_2 5^2 + p_1 \cdot 5 + 2$$

($p_i = 0, 1, 2, 3, 4$)의 꼴로 나타낼 수 있다.

즉, n^2 을 5로 나눈 나머지가 2가 된다는 뜻이다.

그런데 정수 l 에 대하여

i) $n = 5l$ 이면 $n^2 = 25l^2$

즉, 5로 나눈 나머지는 0이다.

ii) $n = 5l + 1$ 이면 $n^2 = (5l + 1)^2 = 25l^2 + 10l + 1$

즉, 5로 나눈 나머지는 1이다.

iii) $n = 5l + 2$ 이면 $n^2 = (5l + 2)^2 = 25l^2 + 20l + 4$

즉, 5로 나눈 나머지는 4이다.

iv) $n = 5l + 3$ 이면 $n^2 = (5l + 3)^2 = 25l^2 + 30l + 5 + 4$

즉, 5로 나눈 나머지는 4이다.

v) $n = 5l + 4$ 이면 $n^2 = (5l + 4)^2 = 25l^2 + 40l + 15 + 1$

즉, 5로 나눈 나머지는 1이다.

모든 자연수 n 은 i), ii), iii), iv), v) 중

어느 한 꼴로 표현이 가능하므로

5로 나눈 나머지가 2가 되는 경우는 없다.

$\therefore$ 참

17. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(n) = \begin{cases} n-1 & (n \geq 100 \text{ 일 때}) \\ f(f(n+2)) & (n < 100 \text{ 일 때}) \end{cases}$ 에서 $f(98)$ 의 값을 구하면?

① 80

② 85

③ 95

④ 99

⑤ 102

해설

자연수 n 에 대하여

$$f(n) = \begin{cases} n-1 & (n \geq 100 \text{ 일 때}) \\ f(f(n+2)) & (n < 100 \text{ 일 때}) \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(98) &= f(f(100)) = f(99) = f(f(101)) \\ &= f(100) = 99 \end{aligned}$$

18. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여 $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x - 1$ 이다. $f\left(\frac{4-x}{3}\right) = ax + b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

㉠ -36

㉡ -20

㉢ -4

㉣ 20

㉤ 36

해설

$f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x - 1$ 에서 $\frac{x+1}{2} = t$ 라고 하면 $x = 2t - 1$ 이므로

$$f(t) = 6(2t - 1) - 1 = 12t - 7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

㉠ 에 t 대신에 $\frac{4-x}{3}$ 를 대입하면

$$f\left(\frac{4-x}{3}\right) = 12\left(\frac{4-x}{3}\right) - 7 = 16 - 4x - 7 = -4x + 9$$

$$\therefore ab = (-4) \cdot 9 = -36$$

19. $\frac{2}{x} - z = 1$, $y - \frac{1}{z} = 1$ 일 때, xyz 의 값은?

① -2

② -1

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{2}{x} - z = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{z+1}$$

$$y - \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow y = \frac{z+1}{z}$$

$$\therefore xyz = \frac{2}{z+1} \times \frac{z+1}{z} \times z = 2$$

20. A, B, C 세 사람이 두 명씩조를 짜서 x m를 달리는 시합을 하였다. A는 B를 20m차이로 이겼고, B는 C를 10m, A는 C를 28m차이로 각각 이겼다. 세 사람의 속도가 일정하다면 세 사람이 시합을 한 거리 x m는 얼마인가?

① 80 m

② 100 m

③ 120 m

④ 140 m

⑤ 160 m

해설

A, B, C의 속도를 각각, a , b , c 라 하면

$$\frac{x}{a} = \frac{x-20}{b} \dots ①$$

$$\frac{x}{b} = \frac{x-10}{c} \dots ②$$

$$\frac{x}{a} = \frac{x-28}{c} \dots ③$$

$$①, ③에서 \frac{x-20}{b} = \frac{x-28}{c} \dots ④$$

$$②, ④에서 \frac{x}{x-20} = \frac{x-10}{x-28}$$

$$\therefore x(x-28) = (x-10)(x-20)에서$$

$$x^2 - 28x = x^2 - 30x + 200$$

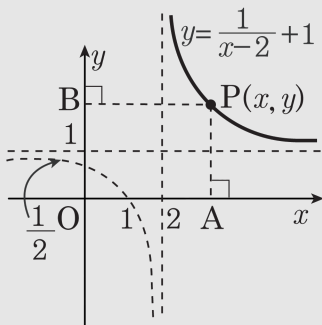
$$\therefore 2x = 200에서 x = 100$$

21. 분수함수 $y = \frac{1}{x-2} + 1$ ($x > 2$) 의 그래프 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 이 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



위 그림에서 $\overline{PA} = y = \frac{1}{x-2} + 1$ $\overline{PB} = x(x > 2)$

$$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = x + \frac{1}{x-2} + 1 = x - 2 + \frac{1}{x-2} + 3$$

$$\geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{1}{x-2}} + 3 = 5$$

(단, 등호는 $x-2 = \frac{1}{x-2}$ 일 때 성립)

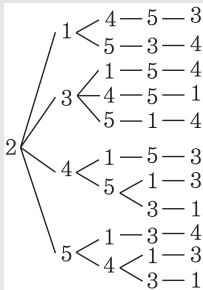
22. 1, 2, 3, 4, 5 를 일렬로 배열할 때 i 번째 숫자를 $a_i (1 \leq i \leq 5)$ 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0$ 인 경우의 수는 몇 가지인지 구하시오.

▶ 답 :

가지

▷ 정답 : 44 가지

해설



$(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0$ 인 것은 $a_1 \neq 1, a_2 \neq 2, a_3 \neq 3, a_4 \neq 4, a_5 \neq 5$ 인 것을 뜻한다.

$a_1 \neq 1$ 이므로 $a_1 = 2, 3, 4, 5$ 인 경우에 따라서 조사한다.

$a_2 \neq 2$ 인 경우 $a_2 = 1, 3, 4, 5$ 의 네 가지 경우가 있으며, 위 수형도와 같이 조사해 보면 모두 11 가지가 있다.

$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지이므로 구하는 모든 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (가지)

23. 소파 12개가 일렬로 놓여 있다. 이 소파에 갑, 을, 병, 정 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 1860

② 1920

③ 2800

④ 3024

⑤ 3600

해설

12 개의 소파에 4 명이 앉으므로 빈 의자는 8 개이다.

V □ V □ V □ V □ V □ V □ V □ V □ V

따라서, 빈 소파 사이사이와 양 끝의 9 자리에 4 명을 앉히면
되므로 구하는 경우의 수는

$${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024 \text{ (가지)}$$

24. something의 9개의 문자를 일렬로 나열할 때, e 와 i 사이에 3개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?

① 8400

② 16800

③ 33600

④ 50400

⑤ 144000

해설

3개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$

e 와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2

e 와 i 그리고 3개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : $5!$

$${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$$

25. *climate* 의 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 세 모음이 알파벳 순서가 되도록 나열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 840

해설

세 모음의 순서는 a, e, i 로 정해져 있다.

7 개의 문자를 나열한 후 a, e, i 를 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{7!}{3!} = 840$$

26. 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 48 개

해설

일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 경우는 다음 두 가지이다.

□□□3□6, □□□6□3

이때, 나머지 네 자리에 1, 2, 4, 5 의 숫자를 배열하는 방법의 수는

각각 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

따라서, 구하는 자연수는 모두 $2 \times 24 = 48$ (개)이다.

27. 카드 4장이 있는데, 앞쪽과 뒤쪽에 각각 0과 1, 2와 3, 4와 5, 6과 7이라는 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이들 카드 4장을 한 줄로 늘어놓아서 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수는?

① 250

② 270

③ 272

④ 336

⑤ 384

해설

구하는 네자리 정수를 빈 칸으로 하고 카드를 뽑아다 채운다면, 천의 자리는 4장의 카드 앞, 뒷면 8가지 가운데 0을 뺀 7가지이고, 만의 자리는 카드 세 장의 앞, 뒷면이 올 수 있으므로 6가지

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
7	6	4	2
가	가	가	가
지	지	지	지

이와 같은 방법으로 하면 총 경우의 수는
 $7 \times 6 \times 4 \times 2 = 336$ (가지)

28. 대학수학능력시험에서 과학탐구 영역을 선택하는 학생은 물리Ⅰ, 화학Ⅰ, 생물Ⅰ, 지구과학Ⅰ, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ 이 8개 과목 중에서 최대 4과목까지 응시할 수 있다. 단, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ의 4개 과목에서는 2과목까지만 선택할 수 있다. 어떤 학생이 과학탐구 영역에서 3개 과목을 선택하려고 할 때, 모든 경우의 수는?

① 48

② 52

③ 56

④ 62

⑤ 74

해설

(Ⅰ, Ⅱ) = (3, 0), (2, 1), (1, 2)가 가능하고
각각의 경우를 구해 더한다.

$$\therefore {}_4C_3 + {}_4C_2 \times {}_4C_1 + {}_4C_1 \times {}_4C_2 = 52$$

29. 신입 직원 오리엔테이션에 참가한 남녀 직원 12 명이 있다. 서로의 친분을 위해서 게임을 하는데 3 명의 대표가 필요하였다. 이 때, 적어도 한 명의 여자 직원이 뽑히는 경우의 수가 200 가지라고 할 때, 남자 직원의 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 6 명

해설

전체에서 3 명을 뽑는 경우의 수는

$${}_{12}C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220$$

이 중에서 남학생 n 명에서 3 명을 뽑는 경우의 수는 ${}_nC_3$ 이다.

따라서 $220 - {}_nC_3 = 200$ 을 풀면 $n = 6$ 이다.

30. 2000 보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 432 개

해설

1 인 네자리 자연수에서

같은 두수가 1 인 수의 개수는

$${}_3C_1 \times {}_9P_2 = 216$$

같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는

$${}_9C_1 \times {}_3C_2 \times {}_8C_1 = 216 \text{ 이므로}$$

구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

31. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, 함수 $f : A \rightarrow B$ 중에서 치역이 공역과 일치하는 것은 몇 개인가?

① 7개

② 10개

③ 12개

④ 14개

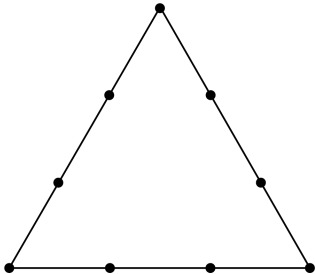
⑤ 24개

해설

A 의 원소 1, 2, 3, 4를 두 개의 조로 나눈 다음,
 B 의 원소 a, b 에 분배하는 방법을 생각해 보면
두 개의 조로 나누는 방법은 (1개, 3개)로 나누는 방법과 (2개,
2개)로 나누는 방법이 있으므로

$${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times 2! + {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 8 + 6 = 14(\text{개})$$

32. 그림과 같이 같은 간격으로 놓인 9 개의 점 중에서 3 개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 64

② 68

③ 72

④ 76

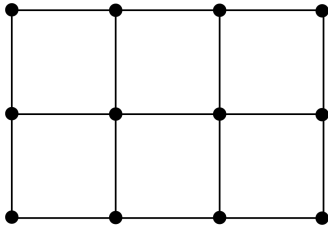
⑤ 80

해설

9 개의 점에서 3 개의 점을 선택하는 가지 수에서 직선 위 4 개의 점 중 3 개의 점을 선택하는 경우의 수를 빼준다.

$${}_9C_3 - ({}_4C_3 \times 3) = 72$$

33. 그림과 같이 같은 간격으로 놓인 12 개의 점이 있을 때, 이 중 3 개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 50

② 100

③ 150

④ 200

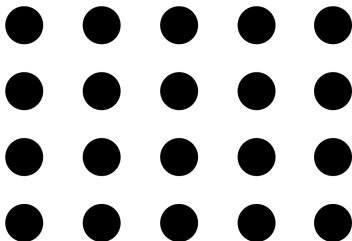
⑤ 300

해설

12 개의 점 중에서 3 개의 점을 선택하는 경우의 수에서 직선 위의 점 중 3 개의 점을 선택하는 경우의 수와 대각선의 수를 빼준다.

$$\Rightarrow {}_{12}C_3 - (3 \times {}_4C_3 + 4 \times {}_3C_3) - 4 = 200$$

34. 다음 그림과 같이 20개의 점이 똑같은 크기의 직사각형 모양을 이루고 있을 때, 이들 20개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1056 개

해설

총 삼각형의 개수는 20개에서 3개 택하는 경우의 수에서 3개를 택했을 때 삼각형이 되지 않는 경우의 수를 빼는 가지 수이다.

삼각형이 되지 않는 경우의 수는

i) 일직선상에 있는 5개의 점 중에서 3개 택하는

경우의 수 : ${}_5C_3 \times 4 = 40$

ii) 일직선상에 있는 4개의 점 중에서 3개 택하는

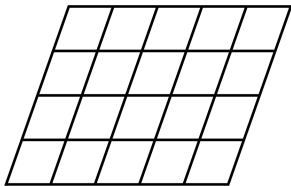
경우의 수 : ${}_4C_3 \times 9 = 36$

iii) 일직선상에 있는 3개의 점 중에서 3개 택하는

경우의 수 ${}_3C_3 \times 8 = 8$

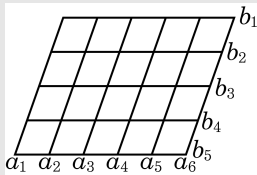
따라서 구하는 경우의 수는 ${}_{20}C_3 - (40 + 36 + 8) = 1056$

35. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



- ① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면

가로 축 ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$) 중에서 2 개와 세로 축 (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) 중에서 2 개를 연결하면 생기게 되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$