1. 두 집합 $A = \{2a,\ a+6,\ 3a-1\}$, $B = \{2a+1,\ a+2,\ 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a+6 = 8$ 또는 $3a-1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8,\ 10,\ 11\}$, $B = \{6,\ 8,\ 9\}$

$A \neq B$이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a+6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4,\ 5,\ 8\}$, $B = \{4,\ 5\ 8\}$

$A = B$이므로 조건에 적합.

(iii) $3a-1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$A = \{6,\ 8,\ 9\}$, $B = \{5,\ 7,\ 8\}$

$\therefore$ $A \neq B$이므로 조건에 맞지 않는다. (i), (ii), (iii) 으로부터 $a = 2$

2. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$일 때, 다음 조건을 만족하는 집합 B의 개수를 구하여라.

$B \subset A$, $\{1, 3\} \subset B$, $n(B) = 5$

▶ 답: ____ 개

▷ 정답: 4 개

해설

$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 12\}$,
$\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 12\}$, $\{1,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

3. 두 집합 $A=\{x \mid x$는 15 이하의 소수$\}$, $B=\{x \mid x$는 5 미만의 소수$\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13\}$, $B=\{2,\ 3\}$
집합 X 는 원소 2 와 3 을 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로
부분집합의 개수는
$2^{6-2}=2^4=16$ (개)

4. 자연수 전체의 두 부분집합 $A,\ B$ 가 각각 $A=\{a\mid a$는 12의 약수$\}$, $B=\{b\mid b$는 16의 약수$\}$ 일 때, $(B-A)\cup X=X,\ B\cap X=X$를 모두 만족하는 집합 X의 개수는?

① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개 ④ 14 개 ⑤ 16 개

해설

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$, $B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$ 이므로 $B-A=\{8,\ 16\}$

또 $(B-A)\cup X=X$ 에서

$(B-A)\subset X,\ B\cap X=X$ 에서 $X\subset B$ 이므로 $(B-A)\subset X\subset B$

$\therefore\ \{8,\ 16\}\subset X\subset\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

즉, 집합 X는 $8,\ 16$ 을 반드시 원소로 갖는 집합 B 의 부분집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^3=8$ (개)

5. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $X \cap A = X$, $X \cup (A \cap B) = X$를 만족하는 집합 X의 개수는?

$A = \{x \mid x$는 5 이하의 자연수$\}$, $B = \{3,\ 5,\ 7\}$

① 2개　② 4개　③ 6개　④ 8개　⑤ 10개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $A \cap B = \{3, 5\}$, $X \cap A = X$이므로 $X \subset A$

$X \cup (A \cap B) = X$이므로 $A \cap B \subset X$

$\{3,\ 5\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

따라서 집합 X는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시 포함하는 집합이므로

$2^{5-2} = 2^3 = 8$(개)

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A)-n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$A \cup B = \{b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ i\}$

$A^c \cap B = \{b,\ f\}$

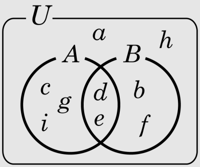
$A^c \cup B^c = \{a,\ b,\ c,\ f,\ g,\ h,\ i\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$A = \{c,\ d,\ e,\ g,\ i\}$, $B = \{b,\ d,\ e,\ f\}$

$\therefore\ n(A)-n(B) = 5-4 = 1$

7. 전체집합 U의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $B \subset A$이면 $n(B) < n(A)$이다.

㉡ $(A-B) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

㉢ $A = \{\varnothing\}$이면 $n(A) = 0$이다.

㉣ U^c은 모든 집합의 부분집합이다.

㉤ $A-B = B-A$이면 $(A \cup B) \subset B$이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $B \subset A$이면 $n(B) \le n(A)$이다.
㉢ $A = \{\phi\}$이면 $n(A) = 1$이다.
㉣ $U^C = \phi$은 모든 집합의 부분집합이다.
㉤ $A-B = B-A$이면 $A = B$이므로 $(A \cup B) \subset B$이다.

8. $[A-(A^c \cap B^c)] \cup [(C^c \cup A) \cap C] = A \cup C$ 성립할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $C - A = C$ ② $A \cap C = A$ ③ $A \cup B = B$

④ $A^c \subset C^c$ ⑤ $B \cap C = C$

해설

$[A-(A^c \cap B^c)] \cup [(C^c \cup A) \cap C]$

$= [A \cap (A^c \cap B^c)^c] \cup [(C^c \cup A) \cap C]$

$= [A \cap (A \cup B)] \cup [(C^c \cap C) \cup (A \cap C)]$

$= A \cup (A \cap C) = A$

$\therefore A \cup C = A \leftrightarrow C \subset A \leftrightarrow A^c \subset C^c$

9. 전체집합 $U=\{x|x$는 한 자리 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $A^c=\{6,\ 7,\ 8,\ 9\}$, $A^c\cap B^c=\{7,\ 9\}$ 일 때, $(A-B)^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2,4,6,7,8,9\}$

해설

$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$A=U-A^c=\{1,2,3,4,5\}$이므로

$A-B=\{1,3,5\}$

$\therefore\ (A-B)^c=\{2,4,6,7,8,9\}$

10. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 집합연산이 옳지 않은 것은?

① $(A-B)\cup(A-C)=A-(B\cap C)$

② $(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)\cap(A\cap B)^c$

③ $(A-C)\cup(B-C)=(A\cup B)-C$

④ $(A\cup C)-(B\cup C)=A-(B\cup C)$

⑤ $A-(B-C)=(A-B)\cup(A\cup C)$

해설

① (좌변)
$=(A-B)\cup(A-C)$
$=(A\cap B^c)\cup(A\cap C^c)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=A\cap(B^c\cup C^c)$
$=A\cap(B\cap C)^c$ ($\because$ 분배법칙과 드 모르간의 법칙)
$=A-(B\cap C)$
=우변 ($\because$ 차집합의 성질)
② (우변)
$=(A\cup B)\cap(A\cap B)^c$
$=(A\cup B)-(A\cap B)$ ($\because$ 차집합의 성질)
벤다이어그램을 그려보면 좌변과 같음을 확인할 수 있다.
③ (좌변)
$=(A-C)\cup(B-C)$
$=(A\cap C^c)\cup(B\cap C^c)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=(A\cup B)\cap C^c$
$=(A\cup B)-C$ (우변) ($\because$ 분배법칙과 차집합의 성질)
④ 좌변
$=(A\cup C)-(B\cup C)$
$=(A\cup C)\cap(B\cup C)^c$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup[C\cap(B\cup C)^c]$ ($\because$ 분배법칙)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup[C\cap(B^c\cap C^c)]$ ($\because$ 드 모르간의 법칙)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup\varnothing$
$=A\cap(B\cup C)^c$
$=A-(B\cup C)$ (우변)
⑤ 좌변
$=A-(B-C)=A\cap(B\cap C^c)^c$
$=A\cap(B^c\cup C)$ ($\because$ 차집합의 성질과 드 모르간의 법칙)
$=(A\cap B^c)\cup(A\cap C)$
$=(A-B)\cup(A\cap C)\neq$ 우변 $\rightarrow$ 모두를 벤다이어그램을 그려서 비교할 수 있다.

11. 두 집합 A, B에 대하여 $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$를 만족할 때, 다음 중 $(A \triangle B) \triangle A$와 같은 것은 ?

① A　　② B　　③ $A \cup B$

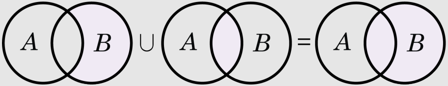
④ $A \cap B$　　⑤ $A \cap B^c$

해설

$A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

$\therefore\ (A \triangle B) \triangle A = [(A \triangle B) - A] \cup [A - (A \triangle B)]$

벤 다이어그램으로 설명하면 다음과 같다.



$[(A \triangle B) - A] \cup [A - (A \triangle B)] = B$

12. 전체집합 $U = \{x|x$는 25 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

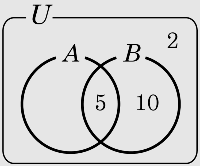
$n(U) = 25$ 이므로

$n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$

$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$

$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$



벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서

$n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.

13. A, B, C 세 사람이 각각 빨강, 파랑, 검정색의 모자를 쓰고 있다. 이 세 사람 중 A 는 항상 참만을 말하고 C 는 항상 거짓만을 말한다고 한다. 이 세 사람이 다음과 같이 말했다.

> ㉠ 빨강 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 C 이다.
>
> ㉡ 검정 모자를 쓴 사람 : 자신이 B 이다.
>
> ㉢ 파랑 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 A 이다.

위의 진술로부터 이끌어 낼 수 있는 사실이 아닌 것은?

① 검정 모자를 쓴 사람은 C 이다.

② 빨강 모자를 쓴 사람은 A 이다.

③ 파랑 모자를 쓴 사람은 참말을 했다.

④ 파랑 모자를 쓴 사람은 C 가 아니다.

⑤ 검정 모자를 쓴 사람은 A 가 아니다.

해설

세 진술은 검정 모자를 쓴 사람을 모두 다르게 말했으므로 어느 하나만 참이다. A는 항상 참만을 말하므로 참말은 A 가 했고, B, C는 거짓말을 했다. 만약 A가 검정 모자를 썼다면 ㉢의 말, 즉 파랑 모자를 쓴 사람이 참말을 했으므로 모순이다. 만일 B가 검정 모자를 썼다면 ㉡의 말, 즉 B 가 참말을 했으므로 모순이다. 따라서 C 가 검정 모자를 썼고, 그 말을 한 빨강 모자를 쓴 사람은 참말을 했으므로, A는 빨강 모자를 썼다. 따라서 파랑 모자를 쓴 사람은 B이다. 그러므로 파랑 모자를 쓴 사람, 즉 B는 거짓말을 했다.

14. 다음은 정수 a, b 에 대하여 명제 'ab 가 짝수이면 a 또는 b 가 짝수이다.' 를 증명한 것이다.

> a, b 를 모두 홀수라 하면 $a = 2m-1, b = 2n-1$ $(m, n$ 은 정수$)$ 로 나타낼 수 있으므로
> $ab = (2m-1)(2n-1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
> $= 2(2mn - m - n) + 1$
> 이때, $2mn - m - n$ 이 $\boxed{}$' 이므로, ab 는 $\boxed{}$이다.
> 따라서, 'a, b 가 홀수이면 ab 는 홀수이다.' 는 참이고 이것은 주어진 명제의 $\boxed{}$이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 과정에서 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

① 자연수, 홀수, 역　　② 정수, 짝수, 대우

③ 정수, 홀수, 대우　　④ 유리수, 짝수, 이

⑤ 유리수, 홀수, 이

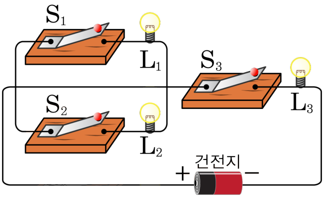
해설

a, b 를 모두 홀수라 하면
$a = 2m-1, b = 2n-1$ $(m, n$ 은 정수$)$ 로 나타낼 수 있으므로

$$ab = (2m-1)(2n-1) = 4mn - 2m - 2n + 1$$
$$= 2(2mn - m - n) + 1$$

이때, $2mn - m - n$ 이 $\boxed{\text{정수}}$이므로 ab 는 $\boxed{\text{홀수}}$이다. 이것은 주어진 명제의 $\boxed{\text{대우}}$가 참임을 증명하여 주어진 명제가 참임을 증명한 것이다.

15. 다음 그림과 같은 스위치 회로에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

㉠ 스위치 S_1, S_2, S_3가 모두 닫히는 것은 전구 L_1 이 켜지기 위한 충분조건이다.

㉡ 스위치 S_2 와 S_3가 모두 닫히는 것은 전구 L_3 가 켜지기 위한 필요조건이다.

㉢ 스위치 S_2 또는 S_3가 닫히는 것은 전구 L_2 와 L_3 가 모두 켜지기 위한 필요충분 조건이다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉢

④ ㉠, ㉡　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉡ 충분

㉢ 관계성립하는 경우가 아님

16. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=x+2$ 에 대하여 $f^n(x)=\underline{(f\circ f\circ\cdots\circ f)}(x)$($x$은 자연수) 라 할 때, $f^{2007}(1)$ 의 값은?
(단, 밑줄 그은부분의 f 갯수는 n개)

① 2007 ② 2008 ③ 2009 ④ 4015 ⑤ 4016

해설

$f(x)=x+2$
$f^2(x)=(f\circ f)(x)=f(f(x))=(x+2)+2=x+4$
$f^3(x)=\left(f\circ f^2\right)(x)=f(f^2(x))=(x+4)+2=x+6$
$f^4(x)=\left(f\circ f^3\right)(x)=f(f^3(x))=(x+6)+2=x+8$

$\vdots$

$f^n(x)=x+2n$
$\therefore f^{2007}(1)=1+2\times2007=4015$

17. $f(x) = x^2 - 4x + 1\ (x \geq 2)$, $g(x) = 2x - 6$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(4)$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$g(5) = 4$이므로 $g^{-1}(4) = 5$

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f)^{-1})(4) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(4) \\ &= g^{-1}(4) \\ &= 5\end{aligned}$$

18. 세 함수 f, g, h 에 대하여 $f(x) = x+4$, $g(x) = -2x+3$ 이고 $\left(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h\right)(x) = f(x)$ 가 성립할 때, $h^{-1}(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -9

해설

두 함수 $f(x) = x+4$, $g(x) = -2x+3$ 에 대하여

$f^{-1} \circ g^{-1} \circ h = f$ 이므로

$g^{-1} \circ h = f \circ f$, $h = g \circ f \circ f$

$$\begin{aligned} \therefore h(x) &= g(f(f(x))) \\ &= g(f(x+4)) \\ &= g((x+4)+4) \\ &= g(x+8) \\ &= -2(x+8)+3 = -2x-13 \end{aligned}$$

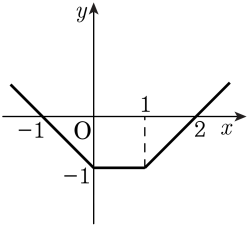
$h^{-1}(5) = a$ 라고 하면 $h(a) = 5$

$-2a-13 = 5,\ \ -2a = 18$

$\therefore a = -9$

$\therefore\ h^{-1}(5) = -9$

19. 다음 그림은 $y=f(x)$의 그래프이다. 이때, $y=f(x)$와 $y=|f(x)|$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

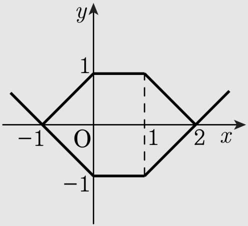


① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$y=|f(x)|$의 그래프는 $y=f(x)$의 그래프에서
x축의 윗부분은 그대로 두고 x축의 아랫부분을
x축에 대하여 대칭이동하면 된다.
따라서, 두 그래프로 둘러싸인 부분은
다음 그림과 같으므로 그 넓이는

$$2\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1+1\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\right)=4$$



20. 어느 대학의 입학시험에서 영문과와 수학과의 지원자 수의 비는 3 : 4 이고, 합격자의 수의 비는 5 : 6, 불합격자의 수의 비는 5 : 8이다. 이 대학의 수학과의 경쟁률을 구하면?

① 10 : 3 ② 5 : 3 ③ 4 : 1 ④ 5 : 2 ⑤ 4 : 3

해설

영문과 합격자 수를 5α라 하면,
수학과 합격자 수는 6α
영문과 불합격자 수를 5β라 하면,
수학과 합격자 수는 8β

$\therefore \ (5\alpha + 5\beta) : (6\alpha + 8\beta) = 3 : 4$

$\Rightarrow \ 18\alpha + 24\beta = 20\alpha + 20\beta$

$\therefore \ \alpha = 2\beta$

$$\therefore \text{수학과 경쟁률} = \frac{\text{지원자 수}}{\text{합격자 수}} = \frac{6\alpha + 8\beta}{6\alpha} = \frac{10\alpha}{6\alpha} = \frac{5}{3}$$

$\Rightarrow \ 5 : 3$

21. 분수함수 $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ 의 치역이 $\{y \mid y \le 1\}$ 일 때, 다음 중 정의역을 바르게 구한 것은?

① $\{x \mid 0 < x < 1\}$

② $\{x \mid 0 \le x < 1\}$

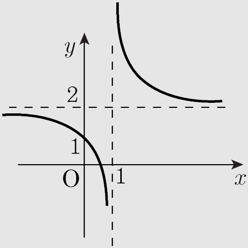
③ $\{x \mid 0 < x \le 1\}$

④ $\{x \mid 0 \le x \le 1\}$

⑤ $\{x \mid -1 \le x < 1\}$

해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$



$y = 1$ 일 때, $1 = \dfrac{2x-1}{x-1}$ 이므로, $x = 0$

정의역은 $\{x \mid 0 \le x < 1\}$

22. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는
$2^j \cdot 5^k (0 \le j \le 4, 0 \le k \le 3)$ 의 형태이다.
그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은
$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
$2^2 \cdot 5^k \ (k = 1,\ 3)$
$2^3 \cdot 5^k \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$
$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로
구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

23. $1, 2, 3, 4, 5$ 를 일렬로 배열할 때, i 번째 숫자를 a_i 라고 하자. 이러한 배열 중 $a_i \neq i$ 를 만족하는 것의 개수를 구하시오. (단, $1 \leq i \leq 5$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 44 개

해설

a_1 의 가능한 경우는 $2, 3, 4, 5$ 의 4가지이다.
$a_1 = 2$ 인 경우 다음 수형도로부터 11 개이다.

a_1	2										
a_2	1		3			4			5		
a_3	4	5	1	4	5	1	5		4		1
a_4	5	3	5	5	1	5	1	3	1	1	3
a_5	3	4	4	1	4	3	3	1	3	3	4

$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지로 각각 11 개가 있으므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (개) 임을 알 수 있다.

24. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

① $\dfrac{n!}{2}$ ② $\dfrac{n!}{6}$ ③ $n!$

④ $\dfrac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $3(n-1)!$

해설

n명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.

즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.

따라서 구하는 방법의 수는 $\dfrac{n!}{3!} = \dfrac{n!}{6}$

25. '국회의사당' 의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$

26. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3 명씩 모두 12 명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4 명으로 구성된 3 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 80 ② 144 ③ 216 ④ 240 ⑤ 288

해설

어느 한 지역의 세 사람을 각 1 명씩으로 하는 세 조를 생각하자.
나머지 세 지역의 사람들을 세 조에 배정하면 되므로
$3! \times 3! \times 3! = 6^3 = 216$

27. H고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이 때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a ,특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=75$

해설

라면 요리 4 가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$ 이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3 가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$ 이므로

$a={}_4C_2 \times {}_5C_3$

$=\dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=60$

또, 특정한 라면 요리 1 가지와 특정한 튀김 요리 2 가지를 포함하여 5 가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1 가지와 튀김 요리 2 가지를 제외하고 나머지 6 가지의 요리 중에서 2 가지를 주문하는 방법과 같으므로

$b={}_6C_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$

따라서 $a+b=60+15=75$

28. 서로 다른 책이 11권 꽂혀 있는 책장에서 3권의 책을 꺼낼 때, 읽은 책이 적어도 한 권 포함되는 경우의 수가 130이라면 읽은 책은 몇 권인가?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

전체의 경우의 수에서 읽은 책이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼준다. 읽은 책의 권수를 x 라 하면,

$${}_{11}C_3 - {}_{11-x}C_3 = 130$$

$${}_{11-x}C_3 = 35$$

$$11 - x = 7, x = 4$$

29. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.
전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}\mathrm{C}_3$,
대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_{6}\mathrm{C}_3$ 이므로
구하는 경우의 수는

$$ {}_{12}C_3 - {}_{6}C_3 = \frac{12\times11\times10}{3\times2\times1} - \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} $$
$$ = 220 - 20 = 200 $$

30. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개층에서 설 수 있다고 한다. 이 때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600 ② 84400 ③ 92400

④ 124500 ⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의

수는 ${}_8C_4 \times {}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는

${}_{10}\mathrm{P}_3$ 이다.

따라서 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

31. 칠각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답: ____ 개

▷ 정답: 35 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4 개의 점에 의해 결정되므로 칠각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_7C_4 = 35$

32. 가로로 6개의 평행선과 세로로 4개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이때, 만들 수 있는 평행사변형은 모두 몇 개인가?

① 60 개 ② 90 개 ③ 120 개

④ 150 개 ⑤ 180 개

해설

가로와 세로에서 각각 2개씩을 선택하면 하나의 평행사변형이 만들어진다.

가로 줄에서 2개를 선택하는 경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15,$$

세로 줄에서 2개를 선택하는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

따라서 구하는 평행사변형의 개수는 $15 \times 6 = 90$(개)

33. 6 명이 타고 있는 승강기가 1 층부터 4 층까지의 4 개 층에서 선다. 각각 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 경우의 수는?

① 60 ② 120 ③ 180 ④ 240 ⑤ 360

해설

6 명을 2 명씩 3 조로 나누는 방법은

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times \frac{1}{3!} = 15\ ,$$

4 개 층 중 3 개 층에 내리므로, $15 \times {}_4P_3 = 360$ (가지)

34. 7 층짜리 건물의 1 층에서 7 명이 승강기를 함께 탄 후 7 층까지 올라가는 동안 3 개의 층에서 각각 2 명, 2 명, 3 명이 내리는 방법의 수는?

① 3150 ② 6300 ③ 9450

④ 12600 ⑤ 15750

해설

먼저 내릴 3 개의 층을 선택하는 방법 :

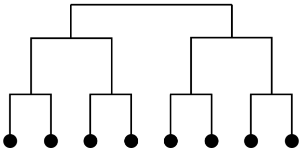
${}_6C_3 = 20$

7 명을 2 명, 2 명, 3 명으로 나누어 3 개의 층에

배열하는 방법 : $\Rightarrow {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \dfrac{1}{2!} \times 3! = 630$

$\therefore 20 \times 630 = 12600$

35. 세계 피파 랭킹 1위에서 8위까지의 총 8개 나라가 참가한 축구 경기에서 그림과 같은 토너먼트로대진표를 만든다고 한다. 두 나라가 경기를 하면 랭킹이 높은 나라가 반드시 이긴다고 할 때, 랭킹4위인 나라가 결승전에 나갈 수 있도록 대진표를 만드는 방법의 수는?



① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 42

해설

4 명씩 두 조로 나누어 생각해보면 결승전에 나가려면 1 ~ 3 위 팀과는 같은 조에 들어가면 안된다. 두 조는 구별이 되지 않으므로 5 ~ 8 위 팀중 한 팀을 골라 1 ~ 3 위 팀 조에 넣으면 두 조가 완성이 된다. $\Rightarrow {}_4C_1 = 4$

이제 각 조 내에서 배열하는 방법 수는

$\Rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \therefore 4 \times 3 \times 3 = 36$