1. 두 집합 $A = \{a-1,\ a+2,\ 8\}$, $B = \{3,\ 6,\ b\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$A = B$ 이므로
$a-1 = 3$ 에서 $a = 4$, $b = 8$
$\therefore\ a+b = 12$

2. 두 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } n\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x\text{는 } 54\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $A \neq B$ 이기 위한 자연수 n 의 값은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 7 개

해설

n 은 54 를 뺀 54 의 약수이므로 $1, 2, 3, 6, 9, 18, 27$ 이다. 따라서 7 개이다.

3. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중에서 3 또는 7을 원소로 갖는 집합의 개수는?

① 16 개 ② 18 개 ③ 20 개 ④ 22 개 ⑤ 24 개

해설

원소 개수가 n개인 집합의 부분집합 개수$= 2^n$
㉠ 집합 A 의 부분집합 개수 : $2^5 = 32$
㉡ 3, 7을 모두 원소로 갖지 않는 집합의 개수 : $2^3 = 8$
㉢ 3 또는 7을 원소로 갖는 집합의 개수 : $2^5 - 2^3 = 24$

4. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots,\ 2n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $2(n-1)$ 과, $2n$ 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 32 일 때, n 의 값을 구하면?

① 10　② 14　③ 18　④ 22　⑤ 26

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로
$2^{n-2} = 32 = 2^5$ 이다.
$\therefore\ n - 2 = 5$
$\therefore\ n = 7$
원소의 개수가 7 개이므로 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14\}$, $n = 14$ 이다.

5. 세 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$,
$B = \{x \mid x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$,
$C = \{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$
에 대하여 $C - (A \cap B)$ 로 알맞은 것은?

① $\{5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

② $\{1,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

③ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

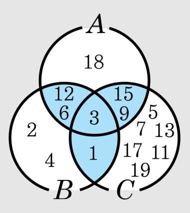
④ $\{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

⑤ $\{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

해설

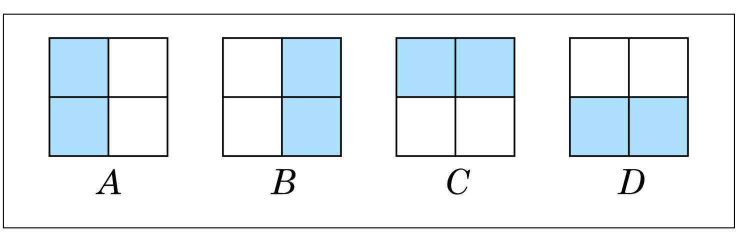
$A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$,
$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$,
$C = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

이므로
$A \cap B = \{3,\ 6,\ 12\}$

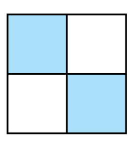


$\therefore\ C - (A \cap B) = \{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

6. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



① $(A \cup B) - (A \cap B)$　　② $(D \cup C) - (B \cap C)$

③ $(A \cup D) - (A \cap D)$　　④ $(A - C) \cup (C - B)$

⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$(A \cup D) - (A \cap D)$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A-B=\varnothing$ 이 되는 경우를 모두 고르면?

① $A^c \subset B^c$ ② $A=B$ ③ $A \cup B = B$

④ $A \cap B = B$ ⑤ $B-A=\varnothing$

해설

①$A^c \subset B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A-B \neq \varnothing$

②$A=B$ 이면 $A-B=\varnothing$

③$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A-B=\varnothing$

④$A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A-B \neq \varnothing$

⑤$B-A=\varnothing$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A-B \neq \varnothing$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A-B=\varnothing$ 일 때, $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이라면 집합 B 로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 8\}$
② $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 8\}$
③ $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$
④ $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8\}$
⑤ $B=\{1\ ,2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 8,9\}$

해설

$A-B=\varnothing$ 이면 집합 A 의 모든 원소는 집합 B 에 속한다.

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 다른 하나는?

① $A \cap B$ ② $A \cup \varnothing$ ③ $(A \cap B) \cap A$
④ $A - B$ ⑤ $A - B^c$

해설

④ $A - B = \varnothing$

10. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 15이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $A = \{1,\ 3,\ 7,\ 11\}$, $B = \{7,\ 13\}$ 일 때, 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

보기

㉠ $A \cap B = \{7\}$

㉡ $A \cap B^c = \{1,\ 3,\ 7,\ 11\}$

㉢ $A^c \cap B = \{13\}$

㉣ $A^c \cup B^c = \{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15\}$

㉤ $A^c \cap B^c = \{5,\ 9,\ 15\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$U = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\}$
$A = \{1,\ 3,\ 7,\ 11\}$,$B = \{7,\ 13\}$
㉡ $A \cap B^c = A - B = \{1,\ 3,\ 11\}$
㉢ $A^c \cap B = B - A = \{13\}$
㉣ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15\}$
㉤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5,\ 9,\ 15\}$

11. 전체집합 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{1,\ 7\}$, $A^c \cap B = \{4, 6\}$ 일 때 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면?

① $\{2,\ 3,\ 5\}$ ② $\{2,\ 3,\ 5,\ 6\}$ ③ $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$
④ $\{2,\ 3,\ 6\}$ ⑤ $\{2,\ 3,\ 7\}$

해설

$U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$,
$A^c \cap B^c = \{1,\ 7\} = (A \cup B)^c$ 에서 $A \cup B = \{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$
$A^c \cap B = \{4, 6\} = B \cap A^c = B - A$ 에서 B 에만 속하는 원소가 4, 6이므로
집합 A 의 원소는 2, 3, 5 이고 따라서 $A = \{2,\ 3,\ 5\}$ 이다.

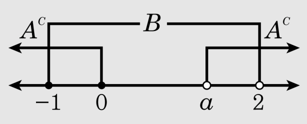
12. 실수 전체의 집합R의 두 부분집합 $A = \{x|0 < x \le a\}$, $B = \{x|-1 \le x < 2\}$ 가 $A^c \cup B = R$를 만족할 때, a의 값의 범위를 구하면? (단, $A \ne \varnothing$)

① $0 \le a < 2$　　② $0 < a \le 2$　　③ $0 \le a \le 2$

④ $0 < a < 2$　　⑤ $-1 \le a < 5$

해설

$A \ne \varnothing$이므로, $a > 0$ 또 $A^c = \{x|x \le 0$ 또는 $x > a\}$



위의 그림에서 $A^c \cup B = R$가 되려면, $0 < a < 2$

해설

$A^c \cup B = R \leftrightarrow A \subset B$ 임을 이용하여 구할 수 있다.

13. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 하면 $P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참인 명제가 아닌 것은?

① $r \to p$　　② $\sim p \to \sim q$　　③ $\sim p \to \sim r$

④ $\sim r \to \sim p$　　⑤ $\sim q \to \sim r$

해설

$P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 이면
$Q \subset P, R \subset Q$ 이므로 $q \to p$, $r \to q$ 가 참
$R \subset Q \subset P$ 이므로 $r \to p$ 가 참
$Q \subset P, R \subset Q$ 이면 $Q^c \supset P^c, R^c \supset Q^c$ 이므로 $\sim p \to \sim q$, $\sim q \to \sim r$ 이 참

해설

'주어진 명제가 참일 때, 그 대우도 참'을 이용하여 $q \to p$, $r \to q$ 가 참이면 $\sim p \to \sim q$, $\sim q \to \sim r$ 가 참임을 쉽게 판단할 수 있다.

14. 전체집합 U의 임의의 부분집합을 A라 하고 조건 p, q를 만족시키는 집합을 P, Q라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \to p$ ② $p \to q$ ③ $p \leftrightarrow q$
④ $q \to p$ ⑤ $q \to \sim p$

해설

집합 A 가 전체집합 U의 임의의 부분집합이므로 $A = U$라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\varnothing \cap Q) = P \cup \varnothing = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q$ $\therefore$ $P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
$\therefore$ $q \to p$는 참이다.

15. $a > 0,\ b > 0$일 때, 다음 네모 속에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

Ⅰ. $1 + a > \sqrt{1+2}a$
Ⅱ. $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
Ⅲ. $a + \frac{1}{a} \geq 2$
Ⅳ. $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$
Ⅴ. $(a+b)\left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b}\right) \geq 4$
Ⅵ. $(2a+b)\left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 25$

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

Ⅰ. $(1+a)^2 - (\sqrt{1+2a})^2$
$= a^2 > 0\ (\because a > 0)$

$\therefore (1+a) > \sqrt{1+2a}$ (◯)
Ⅱ. $(\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
$= 2(a+b) - (a+b+2\sqrt{ab})$
$= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$
$\therefore \sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (◯)

Ⅲ. $a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 2$ (◯)

Ⅳ. $\frac{2ab}{a+b} - \sqrt{ab} = \frac{-\sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab})}{a+b}$

$= \frac{-\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{a+b} \leq 0$

$\therefore \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$ (◯)

Ⅴ. $(a+b)\left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b}\right) = 4 + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a}$

$\frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{2a}{b} \times \frac{2b}{a}} = 4$

$\therefore 4 + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} \geq 8$ (×)

Ⅵ $(2a+b)\left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b}\right) = 17 + \frac{2a}{b} + \frac{8b}{a}$

$\frac{2a}{b} + \frac{8b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{2a}{b} \times \frac{8b}{a}} = 8$

$\therefore (2a+b)\left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b}\right) = 17 + \frac{2a}{b} + \frac{8b}{a} \geq 25$ (◯)

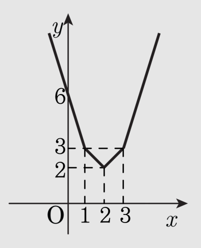
16. 함수 $y = |x-1| + |x-2| + |x-3|$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 n 이라 할 때, 상수 $m,\ n$ 의 곱 mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = |x-1| + |x-2| + |x-3|$ 에서
(i) $x \geq 3$ 일 때, $y = x-1+x-2+x-3 = 3x-6$
(ii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $y = x-1+x-2-(x-3) = x$
(iii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $y = x-1-(x-2)-(x-3) = -x+4$
(iv) $x < 1$ 일 때, $y = -(x-1)-(x-2)-(x-3) = -3x+6$
따라서 $y = |x-1| + |x-2| + |x-3|$ 의 그래프는 다음 그림과 같고



$x = 2$ 일 때 최솟값이 2이므로 $m = 2,\ n = 2$
$\therefore mn = 4$

17. 함수 $f_1(x) = \dfrac{2x+3}{-x-1}$ 에 대하여 $f_{n+1} = f_1 \circ f_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$ 이라 할 때, $f_{100}(1)$ 의 값은?

① -1 ② $-\dfrac{5}{2}$ ③ $-\dfrac{4}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$f_1(x) = \dfrac{2x+3}{-x-1}$ 에서 $f_1(1) = -\dfrac{5}{2}$

$f_2(1) = (f_1 \circ f_1)(1) = f_1\left(-\dfrac{5}{2}\right)$

$= \dfrac{-\dfrac{10}{2}+3}{\dfrac{5}{2}-1} = -\dfrac{4}{3}$

$f_3(1) = (f_1 \circ f_2)(1) = f_1\left(-\dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{-\dfrac{8}{3}+3}{\dfrac{4}{3}-1} = 1$

$f_4(1) = (f_1 \circ f_3)(1) = f_1(1) = -\dfrac{5}{2}$

$\therefore f_4 = f_1,\ f_5 = f_2,\ f_6 = f_3, \cdots$

$\therefore f_{3n+1} = f_1,\ f_{3n+2} = f_2,\ f_{3n} = f_3$

$100 = 3 \times 33 + 1$ 이므로

$\therefore\ f_{100}(1) = f_1(1) = -\dfrac{5}{2}$

18. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \cdots}}}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ ③ 1.5
④ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{7}\right)$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \cdots}}}}$

$= \sqrt{\frac{3}{2} + x}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} + x$

$\Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$

$x = \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0)$

19. $a = \sqrt{2+\sqrt{3}}$, $b = \sqrt{2-\sqrt{3}}+1$일 때, a^2+b^2-ab-a의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2

④ $4-2\sqrt{2}$ ⑤ $2-\sqrt{2}$

해설

$a = \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

$b = \sqrt{2-\sqrt{3}}+1 = \sqrt{\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}}+1$

$= \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}+1 = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}+1$

$b-1 = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

$a^2+b^2-ab-a = (a-b)^2+ab-a$

$= (a-b)^2+a(b-1)$

$= (\sqrt{2}-1)^2+1$

$= 4-2\sqrt{2}$

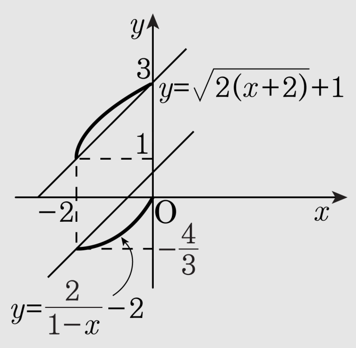
20. 정의역이 $\{x| -2 \le x \le 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$, $y = \dfrac{2}{1-x} -2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \dfrac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-2 \le x \le 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)}+1$과 $y = \dfrac{2}{1-x} - 2$의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가
$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다
아래에 있으므로 $r < 3$
또한, $y = x + r$ 의 그래프가
$y = \dfrac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다
위에 있으므로 $r > \dfrac{2}{3}$

$\therefore \dfrac{2}{3} < r < 3$

따라서 $r_1 = \dfrac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \dfrac{2}{3} - 3 = -1$

21. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3}-1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① $(1,\ -2)$ ② $(-3,\ -1)$

③ $(1,\ 1)$ ④ $(-2,\ -2)$

⑤ $(1,\ 1)$, $(-2,\ -2)$

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3}-1 = x$ 에서

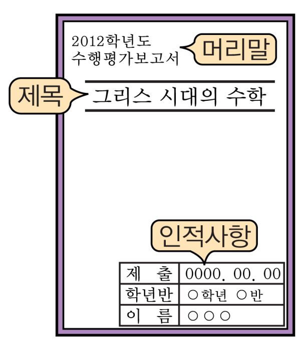
$x^2 + x - 2 = 0$

$x = 1, -2$

$x = 1 (\because\ x \geq -1)$

$\therefore\ \mathrm{P} = (1, 1)$

22. 다음 그림은 어떤 학생이 작성한 수행평가 보고서의 표지이다.



구분	글꼴
머리말	중고딕, 견고딕, 굴림체
제목	중고딕, 견고딕, 굴림체, 신명조, 견명조, 바탕체
인적사항	신명조, 견명조, 바탕체

머리말, 제목, 인적사항에 서로 다른 글꼴을 표기할 때, 가능한 방법은 몇가지인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

머리말과 인적사항의 글꼴들은 모두 다르므로 머리말의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지,
인적사항의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지이다.
제목의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 머리말, 인적사항의 글꼴을 제외한 4 가지이므로
전체 경우의 수는 $3 \times 3 \times 4 = 36$

23. A, B, C, D 네 사람이 각자 모자 a, b, c, d 를 하나씩 가져갔을 때, 모두 다른 사람의 모자를 가져갔을 경우의 수는?

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 9 가지

해설

A	B	C	D
b	a	d	c
	c	d	a
	d	a	c
c	a	d	b
	d	a	b
		b	a
d	a	b	c
	c	a	b
		b	a

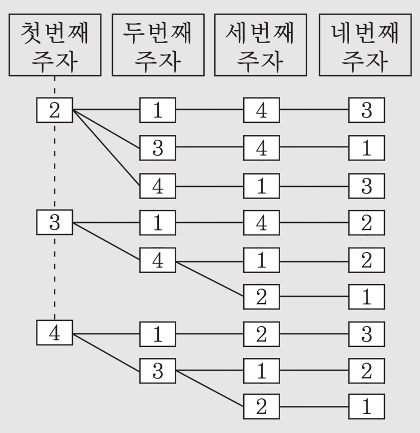
24. 등 번호가 ①, ②, ③, ④ 인 네 명이 이어달리기 순서를 결정하려고 한다. 네 명 모두 자신의 등 번호와 달리는 순서의 번호가 서로 같지 않도록 순서를 결정하는 방법의 수는?

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 9 개

해설

첫 번째 주자로 등번호가 ① 인 사람이 올 수 없고, 두 번째, 세 번째, 네 번째 주자로 각각 등번호가 ②, ③, ④ 인 사람이 올 수 없다. 이와 같은 조건에 맞는 수형도를 생각해 보면 다음과 같다.



따라서, 구하는 방법의 수는 9 (가지) 이다.

25. 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

① 98　　② 102　　③ 110　　④ 115　　⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각 동전을 사용하는 경우의 수는 $(3+1)$가지이다.
그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수) $=(3+1)(3+1)(3+1)-1=63$ 지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로
100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 9개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$=(9+1)(3+1)-1=39$
$\therefore a+b=102$

26. 100원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 4개, 10원짜리 동전 4개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 : ______가지

▷ 정답 : 118가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을 사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1가지이다.
그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수)$= (2+1)(4+1)(4+1)-1 = 74$
50원짜리 동전이 2개가 되면 100원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 4개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 8개와 10원짜리 동전 4개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$= (8+1)(4+1)-1 = 44$

27. '3•6•9 게임' 은 참가자들이 돌아가며 자연수를 1부터 차례로 말하되 3, 6, 9가 들어가 있는 수는 말하지 않는 게임이다. 예를 들면 3, 13, 60, 396, 462, 900등은 말하지 않아야 한다. '3•6•9 게임' 을 할 때, 1부터 999까지의 자연수 중 말하지 않아야 하는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 657 개

해설

말하여야 하는 수는 3 , 6 , 9 를 제외한 7 가지 수로 이루어져 있고, 그 중 0 은 제외되므로 그 개수는 $7 \times 7 \times 7 - 1 = 342$
따라서 말하지 않아야 하는 수의 개수는
$999 - 342 = 657$

28. 남자 아이 4명과 여자 아이 3명이 일렬로 서서 기차놀이를 하려하고 있다. 단 여자 아이들은 연속해서 줄세우지 않고 기차를 만든다면 몇 가지의 기차를 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 1440 가지

해설

남자아이 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
남자아이들 사이 및 양끝에 5 개의 자리 중 3 개의 자리에
여자아이를 세우는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

29. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는?

① $\frac{n!}{2}$ ② $n!$ ③ $(n-1)!$
④ $\frac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $2(n-1)!$

해설

특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우기 위해서는 A와 B의 순서가 항상 고정되어 있어야 한다.
$\times\times A\times\cdots\times B\times\cdots\times$
즉, A와 B의 순서가 바뀔 수 없으므로 A, B를 같은 A로 놓고, 일렬로 나열하는
$\times\times A\times\cdots\times A\times\cdots\times$방법의 수를 구하는 것과 같다.
따라서, 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는 $\frac{n!}{2!}=\frac{n!}{2}$

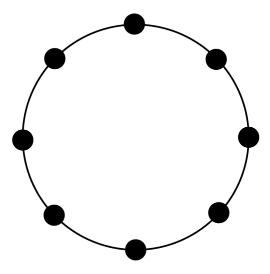
30. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X에서 Y로의 함수의 개수는?

① 120개 ② 180개 ③ 240개
④ 300개 ⑤ 360개

해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함숫값을 가진다.
집합 X의 원소 중 같은 함숫값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는
${}_5C_2 = 10$
택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X의 원소 4개를 집합 Y의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$
따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240$(개)

31. 그림과 같이 원 위에 8 개의 점이 같은 간격으로 놓여 있을 때, 이 중에서 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?

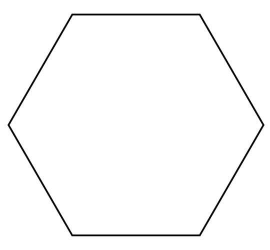


① 64 ② 70 ③ 72 ④ 80 ⑤ 96

해설

8 개의 점 중 4 개를 선택하는 방법과 같다.
${}_8C_4 = 70$

32. 다음 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점 중에서 3 개를 택해 만들 수 있는 삼각형 중에서 정삼각형이 아닌 것의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

해설
정육각형의 6 개의 꼭짓점 중 어느 3 개도
일직선 위에 있지 않으므로 3 개의 점을 택하면
삼각형이 하나 결정된다.
$\therefore {}_6C_3 = \frac{{}_6P_3}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$
이 중 정삼각형은 2 개이므로 정삼각형이 아닌
것의 개수는 $20 - 2 = 18$ (개)

33. 아시아 4 개국과 아프리카 4 개국이 있다. 8 개국을 2 개국씩 짝지어 4 개의 그룹으로 나누려고 한다. 적어도 한 개의 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지도록 4 개의 그룹으로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 81 가지

해설

적어도 한 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지는 사건의 여사건은 아시아 국가만으로 이루어진 그룹이 하나라도 있으면 안 되므로, 아시아 1 개국과 아프리카 1 개국으로 모든 그룹이 이루어진다.

$$\therefore {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!}$$
$$- \left\{ ({}_4C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) \times ({}_1C_1 \times {}_1C_1) \times \frac{1}{4!} \right\}$$
$$= \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} - \frac{16 \times 9 \times 4}{4 \times 3 \times 2} = 105 - 24 = 81$$

34. 6 권의 서로 다른 책을 2 개, 2 개, 2 개로 나누어서 3 개의 서로 다른 가방 A, B, C 에 담을 때, 특정한 책 하나는 반드시 가방 A 에 담는 방법의 수를 구하여라.

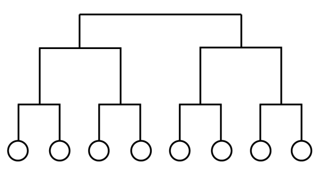
▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 30 가지

해설

특정한 책 하나는 반드시 가방 A 에 담아야 하므로 나머지 5 개의 책을 가방 A 에 1 개, 가방 B 에 2 개, 가방 C 에 2 개를 나누어 담으면 된다.
따라서, 구하는 경우의 수는
${}_5\mathrm{C}_1 \times {}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 = 30$ (가지)

35. 대한민국, 일본, 중국, 대만에서 대표 선수 2 명씩 총 8 명이 출전한 바둑대회가 열린다. 이 대회에서는 오른쪽 그림과 같은 대진표에 의해 토너먼트 방식으로 경기를 하여 우승팀을 가리기로 할 때, 같은 나라에서 출전한 선수끼리는 결승전 이외에는 만나지 않도록 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하여라. (단, 대진표에서의 위치와는 상관없이 시합하는 상대가 같은 대진표는 같은 것으로 한다.)

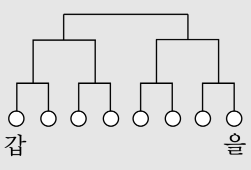


▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 72 가지

해설

대한민국의 대표선수를 각각 갑, 을이라 하면
대진표의 위치는 상관없으므로 갑, 을 두 선수를
다음 그림과 같이 배치해도 일반성을 잃지 않는다.



나머지 3 개국에서 갑과 같은 조에서 시합을 할
1 명씩을 뽑는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$(가지)
이 때, 갑과 같은 조에 속한 3 명 중 갑과 첫 시합을 할 사람을
택하는 경우의 수는
${}_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은 자동으로
서로 첫 시합 상대가 된다. 한편, 을과 같은 조에
속할 나머지 3 명의 선수들은 갑과 같은 조에
속한 3 명을 제외한 나머지 3 명으로 이 경우의
수는 1 가지이다. 이 때, 을과 같은 조에 속한
3 명 중 을과 첫 시합을 할 사람을 택하는 경우의
수는 ${}_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은
자동으로 서로 첫 시합 상대가 된다.
따라서, 구하는 대진표의 경우의 수는
$8 \times 3 \times 1 \times 3 = 72$(가지)