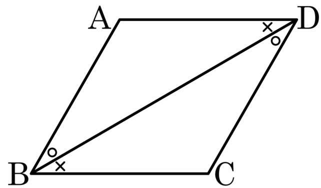
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{BD}$ ④ $\overline{DC}$ ⑤ $\overline{DA}$

해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

2. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 [ㄱ] 임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

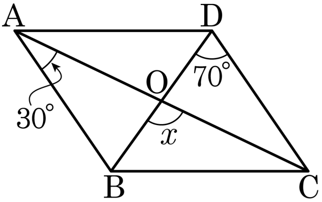
$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ ([ㄴ] 합동)
$\therefore\ \overline{EF} =$ [ㄷ]
$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ ([ㄹ] 합동)
$\therefore$ [ㅁ] $= \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 [ㄱ] 이다.

① ㄱ : 평행사변형
② ㄴ : ASA
③ ㄷ : $\overline{GH}$
④ ㄹ : SAS
⑤ ㅁ : $\overline{GF}$

해설

$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$
$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{GF} = \overline{EH}$
평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
따라서 □EFGH 는 평행사변형이다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



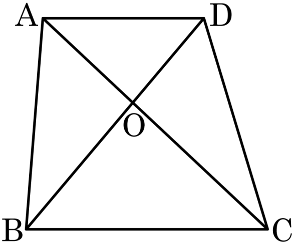
① 80° ② 85° ③ 90° ④ 95° ⑤ 100°

해설

$\angle \mathrm{ABO} = \angle \mathrm{ODC} = 68°$ (엇각)

$\angle x = 30° + 70° = 100°$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OD} : \overline{OB} = 2 : 3$ 이다. $\triangle BOC = 90 cm^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 250

해설

$\triangle COD : \triangle BOC = 2 : 3$ 이므로

$\triangle COD : 90 = 2 : 3 \quad \therefore \triangle COD = 60 cm^2$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

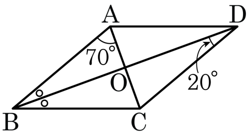
$\triangle ABO = \triangle COD = 60 cm^2$

또, $\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로

$\triangle AOD : 60 = 2 : 3 \quad \therefore \triangle AOB = 40 cm^2$

$\therefore$ □ABCD $= 40 + 60 + 60 + 90 = 250 (cm^2)$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



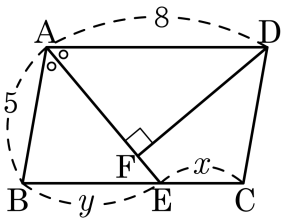
▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 70 °

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x , y 값을 차례대로 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = 5$

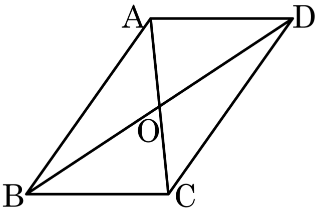
해설

$\angle AEB = \angle DAE$ (엇각) 이므로 $\triangle BAE$ 는 이등변삼각형이 된다.

$\overline{AB} = \overline{BE}$

$y = 5$, $5 + x = 8$, $x = 3$

7. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle$AOD 의 둘레가 22 이고, $\overline{AC} = 10$, $\overline{BD} = 18$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는 ?



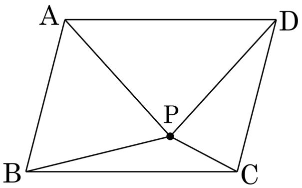
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\triangle$AOD 의 둘레는 $\overline{AO} + \overline{DO} + \overline{AD} = 5 + 9 + \overline{AD} = 22$, $\overline{AD} = 8$ 이다.

$\therefore\ \overline{BC} = 8$

8. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $30\,\mathrm{cm}^2$ 이고, $\triangle\mathrm{CDP} = 6\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{ADP} = 8\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABP} = a\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{BCP} = b\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 이 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

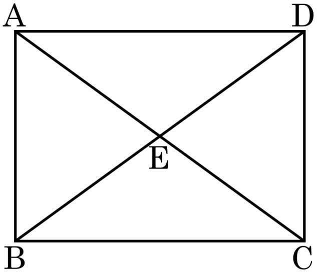
해설

$\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{CDP} = \triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP}$ 이므로

$a + 6 = 8 + b$

$\therefore\ b - a = 6 - 8 = -2$

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = 7x - 1$, $\overline{ED} = 5x + 5$ 일 때, 대각선 AC 의 길이는?

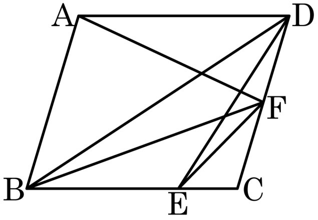


① 38 cm ② 40 cm ③ 42 cm ④ 44 cm ⑤ 46 cm

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이고, $\overline{BE} = \overline{DE}$ 이므로
$7x-1 = 5x+5, 2x = 6, x = 3$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = 2(5 \times 3+5) = 40(\mathrm{cm})$ 이다.

10. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $\triangle ADF = \triangle BDF$

② $\triangle DBF = \triangle DEF$

③ $\triangle BDE = \triangle BFE$

④ $\triangle ADB = \triangle AFB$

⑤ $\triangle BDE = \triangle EDC$

해설

① ○ $\triangle ADF = \triangle BDF$ ($\overline{DF}$ 가 공통)

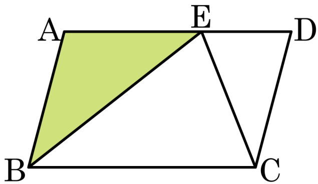
② × $\triangle DBF = \triangle DEF$

③ × $\triangle BDE = \triangle BFE$

④ ○ $\triangle ADB = \triangle AFB$ ($\overline{AB}$ 가 공통)

⑤ × $\triangle BDE = \triangle EDC$

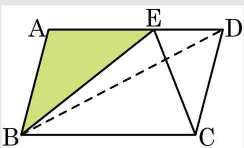
11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 2$이고 $\square ABCD = 60\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABE$의 넓이는?



① 18cm^2　② 22cm^2　③ 26cm^2

④ 30cm^2　⑤ 34cm^2

해설



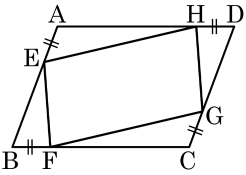
$$\triangle BEC = \triangle BDC = \frac{1}{2}\square ABCD = 30(\text{cm}^2)$$

$$\triangle ABE + \triangle CED = \square ABCD - \triangle BEC = 60 - 30 = 30(\text{cm}^2)$$

또, $\triangle ABE : \triangle DCE = 3 : 2$이므로

$$\triangle ABE = \frac{3}{5} \times 30 = 18(\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EF} // \overline{HG}$

③ $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

④ $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

⑤ $\angle EFG = \angle GHE$

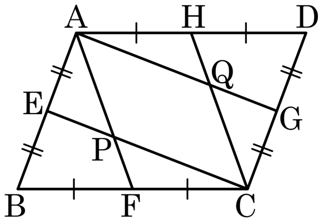
해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)

$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$(SAS합동)

$\therefore \overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

13. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

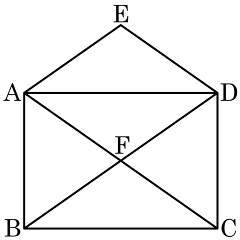
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

14. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x + 2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (14 - x)\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14 - x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x + 2y$, $12 = 6 + 2y$, $y = 3$ 이므로 $x + y = 5$ 이다.

15. 다음 중 옳은 것은?

① 모든 직사각형은 정사각형이다.

② 모든 마름모는 정사각형이다.

③ 모든 평행사변형은 마름모이다.

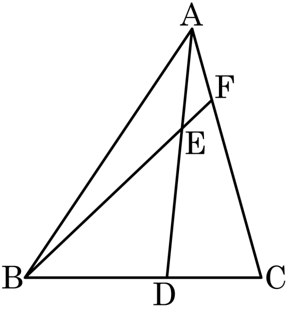
④ 모든 사다리꼴은 평행사변형이다.

⑤ 모든 정사각형은 사다리꼴이다.

해설

모든 정사각형은 직사각형 (또는 마름모 또는 평행사변형 또는 사다리꼴) 이다.
모든 직사각형은 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 마름모는 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

16. 다음과 같이 넓이가 36 인 삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{ED}} = 3\overline{\mathrm{AE}}$ 이고, 선분 BE 의 연장선과 변 AC 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{BE}} = 5\overline{\mathrm{EF}}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABE} + \square\mathrm{CDEF}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16.8

해설

$\overline{\mathrm{BE}} = 5\overline{\mathrm{EF}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE} = 5\triangle\mathrm{AEF}$

$\overline{\mathrm{ED}} = 3\overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EBD} = 3\triangle\mathrm{ABE}$

따라서 $\triangle\mathrm{EBD} = 15\triangle\mathrm{AEF}$

$\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABD} = 2\triangle\mathrm{ACD}$ 이다.

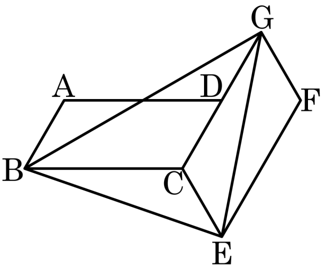
$\triangle\mathrm{AEF}$ 의 넓이를 k 라 하면

$\triangle\mathrm{ABD} = 5k + 15k = 20k$

따라서 $\triangle\mathrm{ABC} = 30k = 36$ 이므로 $k = \dfrac{6}{5}$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\mathrm{ABE} + \square\mathrm{CDEF} &= 5k + (10k - k)\\ &= 14k\\ &= 14 \times \frac{6}{5}\\ &= 16.8\end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$, $\angle B = 60°$ 일 때, 삼각형 BEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

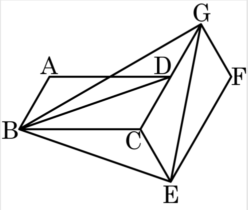
해설

사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$ 이므로 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이다.

$\angle BCD = 180 - 60 = 120°$ 이고 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이므로

$\angle GCE = \angle BCD = \angle BCE = 120°$

다음과 같이 꼭짓점 B, D 를 잇는 대각선을 그으면



$\triangle BCD$ 와 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{CD} = \overline{CE}$, $\angle BCD = \angle BCE = 120°$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로

$\triangle BCD \equiv \triangle BCE$ (SAS 합동)

이때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 30 이므로 $\triangle BCE = \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

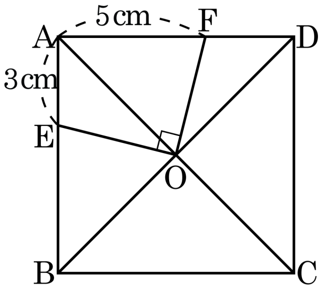
$\therefore\ \triangle CEG = \frac{1}{2}\square CEGF = 15$

$\overline{CG} = 2\overline{CE} = 2\overline{CD}$ 이므로

$\triangle BCG = 2 \times \triangle BCD = 30$

따라서 $\triangle BEG = \triangle BCE + \triangle CEG + \triangle BCG = 15 + 15 + 30 = 60$ 이다.

18. 정사각형 ABCD 에서 $\angle EOF = 90°$ 이고 $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$ 이다.
정사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

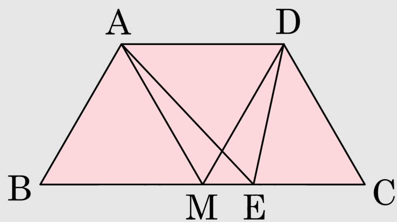
$\triangle EOA$ 와 $\triangle FOD$ 에서 $\overline{AO} = \overline{DO}$, $\angle EAO = \angle FDO = 45°$, $\angle EOA = \angle FOD$ 이므로
$\triangle EOA \equiv \triangle FOD$(ASA 합동)
$\therefore \overline{EA} = \overline{FD}$
$\therefore \overline{AD} = \overline{AF} + \overline{AE} = 8\text{cm}$
$\therefore \square ABCD = 8 \times 8 = 64\text{cm}^2$

19. $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle A=120°$, 넓이가 36 인 등변사다리꼴 ABCD 의 변 BC 위의 한 점 E 에 대하여 삼각형 AED 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설



$\angle A=\angle D=120°, \angle B=\angle C=60°$ 위의 그림과 같이 점 D 를 지나며 변 AB에 평행한 보조선이 변 BC와 만나는 점을 M이라 하면

$\overline{AB}=\overline{DM}, \overline{AD}=\overline{BM}, \overline{AB}=\overline{AD}$ 이므로 □ABMD는 마름모이다.

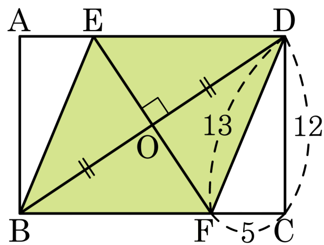
이 때, $\overline{AM}, \overline{DM}$ 에 의해 사다리꼴 ABCD는 세 개의 합동인 정삼각형으로 나누어지고 $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ 이므로

$\triangle AMD=\triangle ADE$

(사다리꼴 ABCD의 넓이) $=3\triangle AMD=3\triangle ADE=36$

($\triangle AED$의 넓이) $=12$

20. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

$\triangle$OEB와 $\triangle$OED에서

$\overline{OB} = \overline{OD}$, $\angle EOB = \angle EOD = 90°$, $\angle ODE = \angle OBF$이므로

$\triangle OED \equiv \triangle OFB$ (ASA합동)

$\therefore \overline{OE} = \overline{OF}$

□EBFD의 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로

□EBFD는 마름모이다.

$\overline{EB} = \overline{BF} = \overline{FD} = \overline{ED} = 13$

□EBFD의 밑변을 $\overline{BF}$라 하면 높이는 $\overline{CD}$와 같으므로 넓이는

$13 \times 12 = 156$이다.