1. 정수 x의 값이 $-2 \leq x \leq 2$일 때, $2x+1$의 최댓값은?

① -3 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2x+1$은 x에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x가 커지면 $2x+1$값도 커진다.
따라서 $x=2$일 때 $2x+1$값은 최대이고 그 값은 5 이다.

해설

$-2 \leq x \leq 2 \;\Rightarrow\; -4 \leq 2x \leq 4$
$\Rightarrow\; -3 \leq 2x+1 \leq 5$
$\therefore$ 최댓값은 5

2. 두 실수 a, b에 대하여 부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$의 해는?

① $x > 0$ ② $x > 1$ ③ $x > 2$ ④ $x > 3$ ⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$로 부등호의 방향이 바뀌었으므로

$a < 0$

이때, $x < \frac{b}{a}$에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면

$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$

$-2ax > -6a$

$a < 0$에서 $-2a > 0$이므로

$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$

3. $-x+5 \geq 3$, $2x-3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\varnothing$

해설

$-x+5 \geq 3, \; x \leq 2$

$2x-3 \geq 7, \; x \geq 5$

$\therefore$ 해는 없다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$\therefore\ a \leq 5$

a 의 최댓값은 5 이다.

5. 이차부등식 $x^2+2x-35<0$을 풀면?

① $-15<x<12$ ② $-15<x<5$ ③ $-7<x<5$

④ $-7<x<2$ ⑤ $-5<x<7$

해설

$x^2+2x-35<0$에서 $(x+7)(x-5)<0$

$\therefore -7<x<5$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \le 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -12

해설

$3x-6 > 5x+2,\quad x < -4$ 이고 $-2x-14 \le 3x+21,\quad 5x \ge -35,\quad x \ge -7$ 이므로 $-7 \le x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1-2x) \geq 16 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1-2x) \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 31 + 17x \geq -20 \\ 4 - 8x \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

$\therefore \; -3 \leq x \leq -\dfrac{3}{2}$

만족하는 정수 x 의 합은 $-3-2=-5$ 이다.

8. 연립부등식 $3x-2 \leq 5x+8 \leq 4x+17$ 의 해가 $a \leq x \leq b$ 일 때, a, b 의 값은?

① $a=-5, b=7$ ② $a=-5, b=9$ ③ $a=-5, b=11$

④ $a=5, b=9$ ⑤ $a=5, b=11$

해설

$3x-2 \leq 5x+8 \leq 4x+17$

$$\begin{cases} 3x-2 \leq 5x+8 \\ 5x+8 \leq 4x+17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$-5 \leq x \leq 9$

$\therefore a=-5\ ,\ b=9$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3 개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.
$a \leq x \leq 7$을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

10. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1$, $\dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

11. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하도록 하는 상수 k의 범위를 구하면 $a < k < b$이다. 이 때, ab의 값은?

① -10　② -9　③ -8　④ -7　⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
$k^2 - 8 < 0,\ \left(k - 2\sqrt{2}\right)\left(k + 2\sqrt{2}\right) < 0$
$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2},\ b = 2\sqrt{2}$이므로
$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

12. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$

$x^2 - 7x + 10 \leq 0$

$(x-2)(x-5) \leq 0$

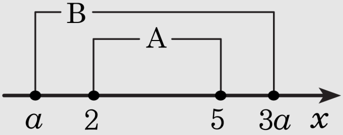
$2 \leq x \leq 5$

$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$

$(x-a)(x-3a) \leq 0$

$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

13. $ax^2-2ax+3<0$를 만족하는 x가 없도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a>0$ ② $-1<a<3$ ③ $0\le a\le 3$

④ $-1<a<4$ ⑤ $-1\le a\le 4$

해설

(i) $a=0$일 때, 성립한다.

(ii) $a\neq 0$일 때, 함수 $y=ax^2-2ax+3$에서 $D\le 0$이므로

$a^2-3a\le 0$

$\therefore 0<a\le 3(\because a\neq 0)$

14. $\begin{cases} x^2 - 3x \le 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \le \beta$일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 3x \le 0$에서

$x(x-3) \le 0$이므로

$0 \le x \le 3 \cdots$ ㈎

$x^2 - 5x + 4 < 0$에서

$(x-1)(x-4) < 0$이므로

$1 < x < 4 \cdots$ ㈏

㈎, ㈏에 의해

$1 < x \le 3$이므로

$\alpha = 1, \beta = 3$

$\therefore \alpha + \beta = 4$

15. $|x+3| \le |x-2|$을 풀면?

① $x \le -3$ ② $-3 \le x \le -\frac{1}{2}$ ③ $-3 < x \le -\frac{1}{2}$

④ $2 \le x$ ⑤ $x \le -\frac{1}{2}$

해설

$|x+3| - |x-2| \le 0$

i) $x < -3$일 때

$-x-3+x-2 = -5 \le 0 \quad \therefore \ x < -3$

ii) $-3 \le x < 2$일 때

$x+3+x-2 = 2x+1 \le 0$, $x \le -\frac{1}{2} \quad \therefore \ -3 \le x \le -\frac{1}{2}$

iii) $x \ge 2$일 때

$x+3-x+2 = 5 \le 0$ (해가없다)

$\therefore$ i) , ii) , iii)에서 $x \le -\frac{1}{2}$

16. 이차부등식 $x^2 - |x| - 6 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

① 5 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x \geqq 0$ 일 때

$x^2 - x - 6 < 0$ 에서 $(x+2)(x-3) < 0$

$-2 < x < 3 \qquad \therefore 0 \leqq x < 3$

$x < 0$ 일 때

$x^2 + x - 6 < 0$ 에서 $(x+3)(x-2) < 0$

$-3 < x < 2 \qquad \therefore -3 < x < 0$

$\therefore -3 < x < 3$ 이므로 $a = -3,\ b = 3$

따라서 $a^2 + b^2 = 9 + 9 = 18$

17. x에 관한 이차방정식 $x^2+(a^2-5a-6)x-a+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a의 값을 모두 더하면?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) <0

양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로

(두 근의 곱) <0이므로

$-a+1<0 \quad \therefore a>1 \cdots$①

(두 근의 합) ≥ 0이므로

$-(a^2-5a-6)\geq 0$

$a^2-5a-6\leq 0$

$(a-6)(a+1)\leq 0$

$\therefore -1\leq a\leq 6 \cdots$②

①, ②에서 $a=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

$\therefore\ 2+3+4+5+6=20$

18. $n,\ n+5,\ n+8$ 이 둔각삼각형의 세 변의 길이가 되는 자연수 n 의 개수는?

① 4　　② 6　　③ 7

④ 9　　⑤ 무수히 많다.

해설

삼각형의 결정조건에서

$n+(n+5)>n+8,\ n>3\cdots\cdots$ ㉠

둔각삼각형일 조건에서 $n^2+(n+5)^2<(n+8)^2$

$n^2-6n-39<0$, $3-\sqrt{48}<n<3+\sqrt{48}\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 자연수인 n 은

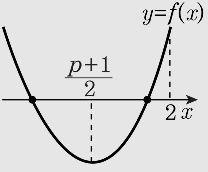
$n=4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$ (6 개)

19. x에 대한 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2-p=0$의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p의 값의 범위는?

① $0<p<1$ ② $\frac{1}{2}<p<1$ ③ $1\le p<2$
④ $1<p<\frac{4}{3}$ ⑤ $p>1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2-p$ 라 하면 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



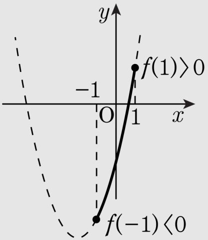
(i) 이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D라 하면
$\mathrm{D}=(\mathrm{p}+1)^2-4(2-\mathrm{p})>0$
$p^2+6p-7>0,\ \ (p+7)(p-1)>0$
$\therefore p<-7$ 또는 $p>1$
(ii) $f(2)>0$ 에서 $2^2-(p+1)\cdot 2+2-p>0$
$3p<4$
$\therefore p<\frac{4}{3}$
(iii) $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=\frac{p+1}{2}$ 이므로
$\frac{p+1}{2}<2$
$\therefore p<3$
(i), (ii), (iii) 에서 $p<-7$ 또는 $1<p<\frac{4}{3}$
그런데 $p>0$ 이므로 $1<p<\frac{4}{3}$

20. 이차방정식 $x^2+4mx-3m=0$의 한 근은 -1과 1사이에 있고, 또 한 근은 -1보다 작도록 하는 실수 m의 범위를 구하면?

① $m>\frac{2}{9}$ ② $m>\frac{1}{7}$ ③ $m>-\frac{1}{3}$
④ $m<-\frac{1}{3}$ ⑤ $m<\frac{2}{9}$

해설

$f(x)=x^2+4mx-3m$으로 놓을 때,
$f(x)=0$의 근이 한 근은 -1과 1사이에 있고, 또 한 근은 -1보다 작아야 하므로



$f(-1)=1-4m-3m<0 \Rightarrow m>\frac{1}{7}$

$f(1)=1+4m-3m>0 \Rightarrow m>-1$

$\therefore\ m>\frac{1}{7}$

21. $a<0$이고 $a+b=0$일 때, 부등식$(a-b)x-a-2b<0$의 해는?

① $x<-\frac{1}{2}$ ② $x>-\frac{1}{2}$ ③ $x>2$

④ $x<-2$ ⑤ $x>1$

해설

$a+b=0$에서 $b=-a$를 부등식에 대입하면

$(a+a)x-a+2a<0,\ 2ax+a<0,\ 2ax<-a$

$\therefore\ x>-\frac{1}{2}(\because\ 2a<0)$

22. 세 부등식 A가 $3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$, B가 $2(3-2x) < -x+10$, C가 $2x+1 > a$이다. A와 B의 공통해에서 C를 제외한 수는 존재하지 않을 때, a 의 값 중에서 가장 큰 정수는?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$ 를 풀면 $x < 1$

$2(3-2x) < -x+10$ 을 풀면 $-\frac{4}{3} < x$

A와 B의 공통해는 $-\frac{4}{3} < x < 1$

$2x+1 > a$ 를 풀면 $x > \frac{a-1}{2}$

C를 제외한 수는 $x \le \frac{a-1}{2}$ 이므로

A와 B의 공통해에서 C를 제외한 수가 존재하지 않기 위해서

$\frac{a-1}{2} \le -\frac{4}{3}$, $a \le -\frac{5}{3}$ 가 되어야 한다.

$\therefore$ (가장 큰 정수)$= -2$

23. 1개에 1,000 원 하는 볼펜과 1 개에 2,000 원 하는 노트를 합쳐서 30 개를 사려고 한다. 노트를 볼펜보다 많이 사고 전체 금액이 54,000 원 이하가 되도록 하려고 한다. 노트를 최소 a 개, 최대 b 개 살 수 있다면, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 384$

해설

노트의 개수를 x 라고 놓으면 볼펜의 개수는 $30 - x$ 이다. 노트를 볼펜보다 많이 사게 되면 $x > 30 - x$ 이다.
볼펜과 노트를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $2000x + 1000(30 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 54,000 원 이하가 되어야 하기 때문에 $2000x + 1000(30 - x) \leq 54000$ 이다.
위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 30 - x \\ 2000x + 1000(30 - x) \leq 54000 \end{cases}$$ 이다.

이를 간단히 하면 $\begin{cases} x > 15 \\ x \leq 24 \end{cases}$ 이다.

따라서 $15 < x \leq 24$ 이다.
그러므로 노트는 최소로 16 개, 최대로 24 개 살 수 있다.
따라서 $a = 16$, $b = 24$ 이다.
$\therefore 16 \times 24 = 384$

24. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 을 풀 때, 근우는 b 를 잘못보고 풀어서 $1 < x < 3$ 이라는 해를 얻었고, 기원이는 a 를 잘못보고 풀어서 $-2 < x < 4$ 이라는 해를 얻었다. 이 부등식의 옳은 해는?

① $-1 < x < 2$

② $-2 < x < 3$

③ $2 - 2\sqrt{5} < x < 2 + 2\sqrt{5}$

④ $1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$

⑤ $2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

해설

$1 < x < 3 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$

$\therefore a = -4$

$-2 < x < 4 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) < 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 < 0$

$\therefore b = -8$

$x^2 - 4x - 8 < 0$

$\therefore 2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

25. 두 부등식 $x < -1,\ x > 2,\ 2x^2 + (5+2a)x + 5a < 0$을 동시에 만족하는 정수 x의 값이 $x = -2$뿐일 때, 실수 a의 최솟값은? (단, $a < \frac{5}{2}$)

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ -5

해설

$2x^2 + (5+2a)x + 5a = (2x+5)(x+a) < 0$

$-\frac{5}{2} < x < -a \left(\because\ a < \frac{5}{2}\right)$

두 부등식을 만족하는 정수가 $x = -2$뿐이므로 $-2 < -a \leq 3$

$\therefore\ -3 \leq a < 2$

따라서, 구하는 a의 최솟값은 -3