1. 두 점 $(2,\ 1)$, $(3,\ 4)$ 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x - 6$ ② $y = 3x - 2$ ③ $y = 3x - 1$

④ $y = 3x + 6$ ⑤ $y = 3x + 2$

해설

두 점 $(2,\ 1)$, $(3,\ 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{4-1}{3-2} = 3$ 이므로, 구하는 직선의 기울기는 3 이고, x 절편이 2 인 직선이므로,

$y = 3(x - 2)$

$\therefore \quad y = 3x - 6$

2. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y-a^2+4=0 \\ (a+1)x+2y-10=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 실수 a의 값은?

① -3　　② -1

③ 1　　④ 3

⑤ 존재하지 않는다

해설

주어진 연립방정식의 해가
무수히 많기 위해서는 두 직선

$$\frac{a+1}{2}=\frac{2}{1}=\frac{-10}{-a^2+4}$$

$\therefore\ a=3$

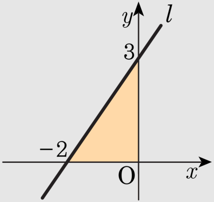
3. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

4. 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2,\ 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-y-4=0$　　② $x-2y-4=0$

③ $2x-3y-4=0$　　④ $3x-y-4=0$

⑤ $3x-2y-4=0$

해설

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ 에 수직이므로, 기울기는 2

$(2,0)$ 을 지나므로,

$\Rightarrow\quad y=2(x-2)$

$\Rightarrow\quad y=2x-4$

5. 두 직선 $2x-y-3=0$, $x+y-3=0$ 의 교점을 지나고 $(0,0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $ax+by=0$ 이라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 3

해설

$(2x-y-3)+k(x+y-3)=0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 때, $(0,\ 0)$ 을 지나므로
$(-3)+k(-3)=0 \quad \therefore\ k=-1$
$(2x-y-3)+(-1)(x+y-3)=0$ 을 정리하면
$\therefore\ x-2y=0$
$a=1,\ b=-2 \quad \therefore\ a-b=1-(-2)=3$

6. 세 점 $(0,2)$, $(3,-3)$, $(-3,a)$가 한 직선 위에 있도록 하는 a의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 7$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$$\Rightarrow \quad \frac{-3-2}{3-0} = \frac{a-(-3)}{-3-3}$$

$$\Rightarrow \quad a = 7$$

7. 세 직선 $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 2x+y=k \\ kx-5y=5 \end{cases}$ 이 한점 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 에서 만날 때 $a+b$ 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x+y=7 \quad \cdots ㉠$
$2x+y=k \quad \cdots ㉡$
$kx-5y=5 \cdots ㉢$

㉠과 ㉡의 교점은 $(7-k,\ -14+3k)$ 이므로
이를 ㉢에 대입하면,
$k^2+8k-65=0 \qquad \therefore\ k=5$ 또는 -13
$\therefore\ \mathrm{P}(a,\ b)=(2,\ 1)$ 또는 $(20,\ -53)$
$\therefore\ a+b$ 의 최댓값은 $2+1=3$

8. 점 O(0, 0), A(4, 2) 를 잇는 선분 OA 의 수직이등분선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라고 할 때, $m^2 + n^2$ 의값을 구하면?

① 20 ② 29 ③ 30 ④ 39 ⑤ 49

해설

수직이등분선은 $\overline{\mathrm{OA}}$ 기울기에 수직하고 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 중점은 수직이등분선 위에 있다.

i) $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 기울기 : $\dfrac{1}{2}$

수직이등분선의 기울기 : -2

ii) $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 중심 : $(2, 1)$

$\therefore \quad y = -2(x - 2) + 1 = -2x + 5$

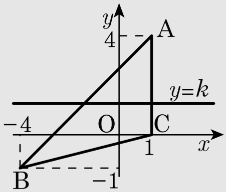
$\Rightarrow \quad m^2 + n^2 = 29$

9. 좌표평면 위의 세 점 $A(1,4)$, $B(-4,-1)$, $C(1,0)$을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$의 넓이를 직선 $y=k$가 이등분할 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $4-\sqrt{5}$ ② $4-\sqrt{6}$ ③ $4-\sqrt{7}$

④ $4-2\sqrt{2}$ ⑤ $4-\sqrt{10}$

해설



$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 4\times 5=10$

$\overline{AB}$ 의 방정식을 구하면, $y=\frac{-1-4}{-4-1}(x-1)+4$

$\Rightarrow \quad y=x+3$

$\therefore \quad y=k$와 삼각형이 만나는 점의 좌표는 $(k-3,\ k),\ (1,\ k)$

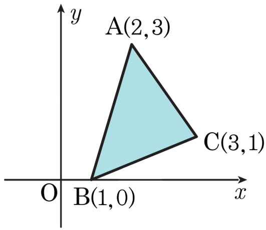
$\Rightarrow$이등분된 위쪽 삼각형 넓이를 구해보면

$\frac{1}{2}\times(1-(k-3))\times(4-k)=5$

방정식을 풀면, $k=4\pm\sqrt{10}$

$\therefore \quad k=4-\sqrt{10}\ (\because\ k<4)$

10. 직선 $y=-mx-m+2$ 가 아래 그림의 삼각형 ABC 를 지나기 위한 m 의 범위는?



① $-1 \le m \le 3$ ② $-1 \le m \le \frac{1}{3}$

③ $-\frac{1}{3} \le m \le 1$ ④ $-\frac{1}{3} \le m \le 3$

⑤ $1 \le m \le 3$

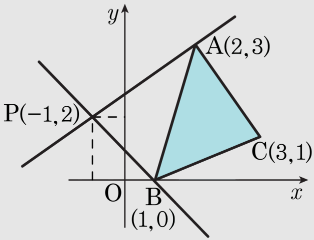
해설

직선 $y=-mx-m+2$ 에서 $mx+y+m-2=0$

$m(x+1)+y-2=0$ 이므로

점 $\mathrm{P}(-1,\ 2)$ 를 반드시 지난다.

따라서 직선 $y=-mx-m+2$ 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 를 지나기 위한 기울기 $-m$ 의 범위는



(직선 PB 의 기울기) $\le -m \le$ (직선 PA 의 기울기)

직선 PB 의 기울기는 $\frac{2-0}{-1-1}=-1$

직선 PA 의 기울기는 $\frac{2-3}{-1-2}=\frac{1}{3}$

$-1 \le -m \le \frac{1}{3}$

$\therefore \ -\frac{1}{3} \le m \le 1$