

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9는 9의 약수이다.
- ② 8은 8의 배수이다.
- ③ 1은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 276은 6의 배수이다.
- ⑤ 364는 7의 배수이다.

해설

1은 모든 자연수의 약수이다.

2. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3, 7

③ 2, 3, 5, 7

④ $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$

⑤ $2^3, 3^2, 5, 7^4$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

3. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

① 8, 11

② 15, 16

③ 19, 27

④ 13, 52

⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

4. 다음 중 두 수 A, B 의 공약수가 아닌 수는?

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7, \quad B = 2 \times 3^3 \times 5^3 \times 11$$

- ① 6 ② 18 ③ 21 ④ 30 ⑤ 45

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고
최대공약수 = $2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
③ $21 = 3 \times 7$ 은 공약수가 아니다.

5. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으시오?

7, 14, 21, 28, ...
21, 42, 63, 84, ...

- ① 7, 14, 21, 28 ② 7, 14, 21, 28, ...
③ 21, 42, 63, 84 ④ 21, 42, 63, 84, ...
⑤ 147, 294, 441, 588, ...

해설

첫 번째 줄의 수는 7의 배수이고 두 번째 줄의 수는 21의 배수이다.
따라서 공통인 수를 찾으려면 7과 21의 공배수, 즉 21의 배수를 찾으시면 된다.

6. $2^5 = a$, $3^b = 243$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 16, b = 4$ ② $a = 16, b = 5$ ③ $a = 32, b = 4$

④ $a = 32, b = 5$ ⑤ $a = 32, b = 6$

해설

$2^5 = 32$, $3^5 = 243$ 이므로 $a = 32$, $b = 5$ 이다.

7. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3

② $2^2 \times 7$

③ 3^2

④ 3×7

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7)$ 의 약수는 (2^2) 의 약수 \times (3) 의 약수 \times (7) 의 약수이다.

8. 다음 중 최대공약수를 구했을 때, 최대공약수가 가장 큰 것은 어느 것인가?

① 12, 18

② 24, 32

③ 14, 20

④ $2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3, 2^2 \times 3^2, 2 \times 3^2 \times 7$

해설

① 6

② 8

③ 2

④ 30

⑤ 6

이므로 가장 큰 것은 ④

9. 45와 75의 공약수의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$
45와 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$
공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개)

10. 다음 보기의 수들의 최소공배수를 차례대로 고른 것은?

보기

- ㉠ 16, 10, 12
- ㉡ 8, 6, 12
- ㉢ 4, 16, 32

- ① 40, 18, 16
- ② 240, 48, 56
- ③ 4, 52, 12
- ④ 240, 24, 32
- ⑤ 120, 34, 16

해설

$$\begin{array}{r} 2) 16 \ 10 \ 12 \\ \hline 2) 8 \ 5 \ 6 \\ \hline 4 \ 5 \ 3 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 4 \times 5 \times 3 = 240$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2) 8 \ 6 \ 12 \\ \hline 2) 4 \ 3 \ 6 \\ \hline 3) 2 \ 3 \ 3 \\ \hline 2 \ 1 \ 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

$$\begin{array}{r} 4) 4 \ 16 \ 32 \\ \hline 4) 1 \ 4 \ 8 \\ \hline 1 \ 1 \ 2 \end{array}$$

최소공배수는 $4 \times 4 \times 2 = 32$ 이다.

11. 보람이는 친구들에게 금붕어 12마리와 거북이 18마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.
되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇명인가?

- ① 2명 ② 3명 ③ 4명 ④ 5명 ⑤ 6명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12와 18의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12와 18의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \quad \therefore 2 \times 3 = 6 \text{명} \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

12. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

- ① 12 cm ② 15 cm ③ 30 cm ④ 45 cm ⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맸다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120 \ 180} \\ 2 \overline{) \ 60 \ 90} \\ 3 \overline{) \ 30 \ 45} \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm}) \\ 5 \overline{) \ 10 \ 15} \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

13. 3으로 나누면 2가 남고, 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남는 자연수 중에서 110에 가장 가까운 수를 구하면?

① 112 ② 113 ③ 114 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 n 이라 하면
 $n = (3, 4, 5 \text{의 공배수}) - 1$ 이고
3, 4, 5의 최소공배수는 60이므로
3, 4, 5의 공배수는 60, 120, 180, ... 이다.
 $\therefore n = 59, 119, 179, \dots$
 $\therefore 110$ 에 가장 가까운 수는 119

14. 두 수 $2^2 \times 3^3$ 과 A 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 7$ 일 때, 자연수 A 의 값은?

- ① 500 ② 502 ③ 504 ④ 506 ⑤ 508

해설

$$A \times 2^2 \times 3^3 = 2^2 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^3 \times 7$$
$$\therefore A = 504$$

15. 소수 97은 각 자리의 숫자를 바꾸면 79가 되어 역시 소수가 된다. 이처럼 각 자리의 숫자를 바꾸어도 소수가 되는 50보다 작은 두 자리의 소수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 11

▷ 정답: 13

▷ 정답: 17

▷ 정답: 31

▷ 정답: 37

해설

에라토스테네스의 체를 이용하여 50보다 작은 두 자리 소수를 구하면 다음과 같다.

10 (11) 12 (13) 14 15 16 (17) 18 (19)

20 21 22 (23) 24 25 26 27 28 (29)

30 (31) 32 33 34 35 36 (37) 38 39

40 (41) 42 (43) 44 45 46 (47) 48 49

이 중 각 자리의 숫자를 바꾸어도 소수가 되는 수를 찾아 적으면 11, 13, 17, 31, 37이다.

17. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

- ① 8 ② 9 ③ 15 ④ 24 ⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고,
 $5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

18. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답: 192 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12와 16의 공배수 중 200보다 작은 자연수이다. 12와 16의 최소공배수는 48이고, 48의 배수 중 200보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

19. 두 자연수 A, B 가 $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$ 를 만족하고 A, B 최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 10$

▷ 정답: $B = 15$

해설

$A = 2k, B = 3k$, 두 수의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$2k \times 3k = 150, k^2 = 25, k = 5$ 이다.

$\therefore A = 10, B = 15$

20. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

21. 어떤 수 N 을 8 로 나누었을 때 몫이 k 이고 나머지가 $k-1$ 인 두 자릿수 N 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 71

해설

$N = 8k + (k - 1) = 9k - 1$ 이고,
 $k - 1 < 8$ 이므로 k 의 최댓값은 8 이다.
 \therefore 두 자릿수 N 중 가장 큰 수 $= 9 \times 8 - 1 = 71$

22. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

23. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

$$\text{가장 작은 } n = 2 \times 5$$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

$$\therefore 10 + 40 + 90 = 140$$

24. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)63} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

25. 자연수 n 에 대해 $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수이다. 자연수 a, b 가 서로 소일 때, $S(a)+S(b) = 6$ 을 만족하는 $S(a \times b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$S(a) + S(b) = 6$ 이므로,

$(S(a), S(b)) = (2, 4), (3, 3), (4, 2)$ 이다.

(1) $(S(a), S(b)) = (2, 4)$ 일 때, $a = x, b = y^3$ 이거나 $b = y \times z$ 의 형태이므로,

$S(a \times b) = 8$ 이다. ($(S(a), S(b)) = (4, 2)$ 일 때도 같다.)

(2) $(S(a), S(b)) = (3, 3)$ 일 때, $a = x^2, b = y^2$ 의 형태이므로,

$S(a \times b) = 9$ 이다.

$\therefore S(a \times b)$ 의 최솟값 = 8