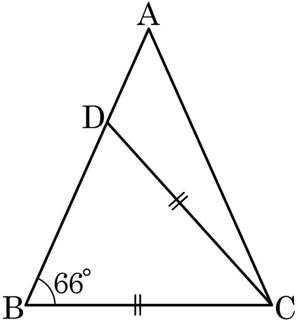
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{CD}$이고 $\angle B = 66°$일 때, $\angle ACD$의 크기는?



① $10°$　② $15°$　③ $18°$　④ $23°$　⑤ $25°$

해설

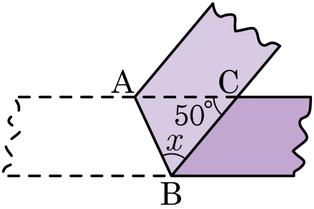
$\triangle BCD$에서 $\angle BCD = 180° - 2 \times 66° = 48°$

또한 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = 66°$

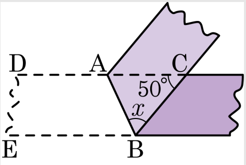
$\therefore \angle ACD = 66° - 48° = 18°$

2. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

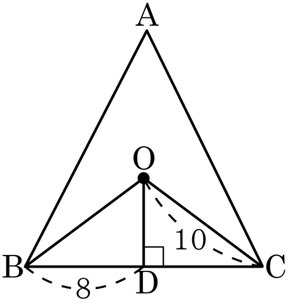
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

3. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

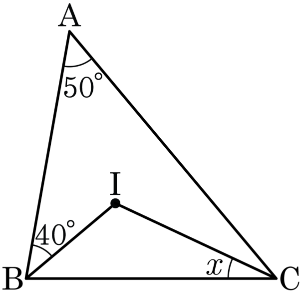


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAB = 50°$, $\angle ABI = 40°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 5° ② 10° ③ 15° ④ 20° ⑤ 25°

해설

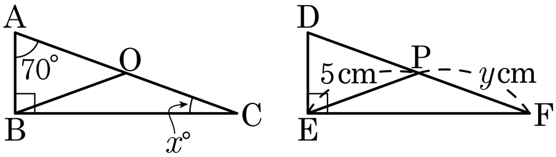
삼각형의 세 내각의 합은 180°이므로

$\angle ABI = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$

$2\angle x = 180° - (50° + 80°)$

$\therefore \angle x = 25°$

5. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



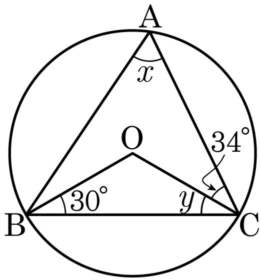
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle$ABC 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle$AOB 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40°$ 이다.
$\triangle$OBC 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)
$\angle OBC = \angle OCB$
$\angle BOC = 180° - \angle AOB = 180° - 40° = 140°$
$\therefore \angle OCB = (180° - 140°) \div 2 = 20°$
$x = 20$
ii) 점 P 가 $\triangle$DEF 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle$DEF 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$
$\therefore y = 5$
i), ii) 에서 $x + y = 25$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 외접원의 중심이 점 O라고 할 때, $\angle OBC = 30°$, $\angle OCA = 34°$이다. $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 90°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAC$에서 $\angle OAC = \angle OCA = 34°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 30°$

$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle a$라 하면 $\angle OBA = \angle a$

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,

$30° + \angle a + 30° + 34° + 34° + \angle a = 180°$,

$128° + 2\angle a = 180°$,

$2\angle a = 52°$

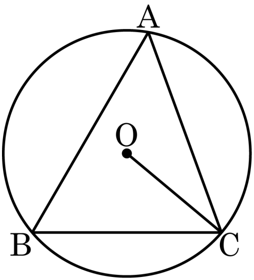
$\therefore \angle a = 26°$

$\therefore \angle x = 26° + 34° = 60°$

$\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle y = 30°$

$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?



① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

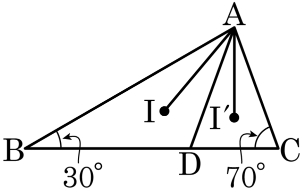
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,

$\angle BOC = 100°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

8. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 40 °

해설

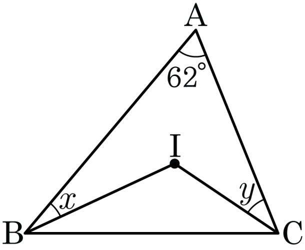
$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$

$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$

$\triangle ABC$에서 $\angle A = 80^\circ$이므로

$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \dfrac{1}{2}\angle A = 40^\circ$

9. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 59° ② 60° ③ 61.5° ④ 62° ⑤ 62.5°

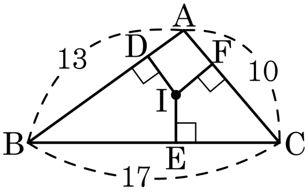
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$

그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

10. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{CE}$의 길이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

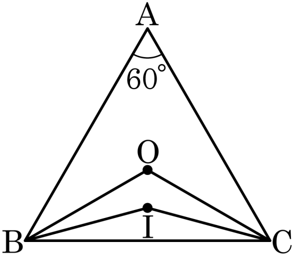
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$라 하면 $\overline{BD} = \overline{BC} - x = 17 - x$이고, $\overline{AD} = \overline{AC} - x = 10 - x$이다.

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = 13$이므로

$13 = (17 - x) + (10 - x)$

$\therefore\ x = 7$

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



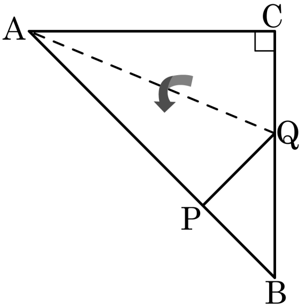
① $0°$ ② $10°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

12. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$

② $\overline{AP} = \overline{AC}$

③ $\angle PAQ = \angle CAQ$

④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$

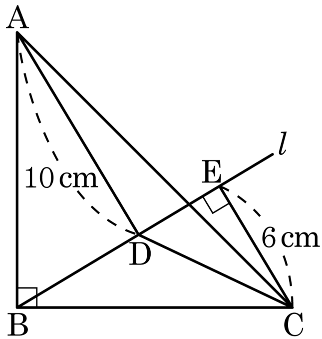
⑤ $\angle APQ = 90°$

해설

종이를 접은 모양이므로

$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90°$

13. 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 24cm^2 ③ 30cm^2

④ 60cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

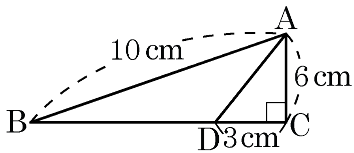
$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$

직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.

삼각형 CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 이고 변 AB, AC 의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 한다. 선분 DC 의 길이가 3cm 일 때, 선분 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면

$\triangle AFD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle AFD = \angle ACD = 90°$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\angle FAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle AFD \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} = 3\text{cm}$

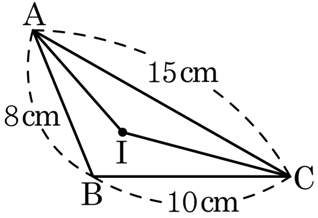
따라서 삼각형 ABD 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6$$

$$\therefore \overline{BD} = 5\ (\text{cm})$$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15

④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

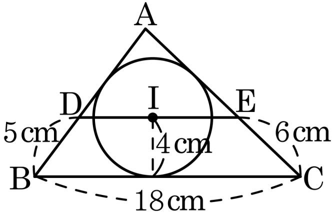
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

($\triangle$ABC의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \dfrac{33}{2} r\ (\text{cm}^2)$

($\triangle$AIC의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times r \times 15 = \dfrac{15}{2} r\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \dfrac{33}{2}r : \dfrac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

16. 점 I 는 △ABC 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $58\,\underline{\text{cm}^2}$

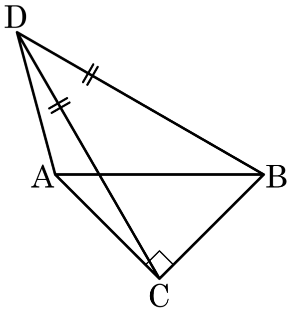
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \frac{1}{2} = 58(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 외부에 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았다. $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.

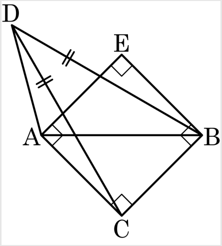


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 30 °

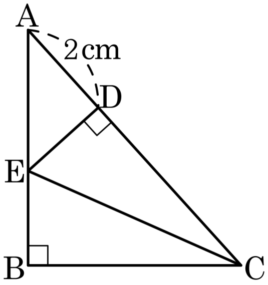
해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고 $\angle CBE = 90°$ 이 되도록 정사각형 ACBE 를 그리고 $\overline{DE}$ 를 긋는다.



$\triangle BCD$ 가 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle DCB = \angle BCD$
$\triangle DCB$ 와 $\square ACBE$ 에서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AC} = \overline{BE}$,
$\angle ACD = 90° - \angle DCB = 90° - \angle DBC = \angle EBD$ 이므로 $\triangle DAC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{DA} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다.
이때, $\angle CDB = x$ 라 하면 $\triangle CDB$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle DBC = \dfrac{1}{2}(180 - x) = 90 - \dfrac{x}{2}$
$\therefore$ $\angle DBE = 90 - \angle DBC = 90 - \left(90 - \dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{x}{2}$
$\triangle DBE$ 에서 $\angle EDB = \angle EBD = \dfrac{x}{2}$ 이므로
$\angle ADC = \angle EDB = \dfrac{x}{2}$
$\angle ADE = 60$ 이므로 $\dfrac{x}{2} + x + \dfrac{x}{2} = 60$
$\therefore$ $x = \angle BDC = 30°$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}, \overline{AD} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로

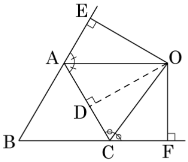
$\angle A = 45°$

$\triangle AED$도 직각이등변삼각형이고

$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$(RHS 합동)이므로

$\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2$ (cm)

19. 다음 그림에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선과의 교점을 O 라 하고 O 에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BA}, \overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 한다. $\overline{OE} = 15\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{OD}$ 와 $\overline{OF}$ 의 길이를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

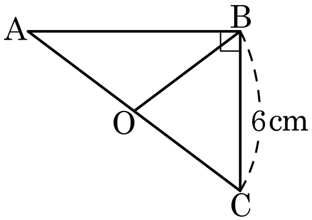
$\triangle OAE \equiv \triangle OAD$(RHA합동) 이므로

$\overline{OE} = \overline{OD} = 15\,(\text{cm})$

$\triangle OCD \equiv \triangle OCF$(RHA합동) 이므로

$\overline{OD} = \overline{OF} = 15\,(\text{cm})$

20. 직각삼각형 ABC 의 외심 점 O를 찍어 B와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$ 의 넓이가 $12cm^2$ 이고, $\overline{AC}$ 의 길이가 10cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

변 $\overline{OB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$ 의 넓이는 $12 \times 2 = 24(cm^2)$ 이다.
높이가 6cm 인 삼각형의 넓이가 $24cm^2$ 이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24$, $\overline{AB} = 8cm$
따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는
$6 + 8 + 10 = 24$ (cm)