**1.** 임의의 실수 $x$에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면? (단, $a$, $b$, $c$, $d$는 상수)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$x=0$을 대입하면 $a=2$
$x=1$을 대입하면 $b=-2$
$x=2$을 대입하면 $c=1$
3차항은 없으므로 $d=0$
$\therefore\ a+b+c+d=1$

**2.** 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-11$

해설

$y = x^2 - 4x - 7$
$= (x - 2)^2 - 11$
$x = 2$ 일 때, 최솟값 $-11$ 을 갖는다.

**3.** $x^3-6x^2+11x-6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x+3)$ ③ $(x-1)(x-2)(x-3)$ ④ $(x+1)(x+2)(x-3)$ ⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1)=0$, $f(2)=0$, $f(3)=0$이므로

(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

**4.** 실수 $x$ 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 $x$ 의 값은?

① $-2$　　② $-1$　　③ $0$　　④ $1$　　⑤ $2$

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$
$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq 0$이어야 하므로
$x^2-x-2=0$ , $x^2-3x+2\neq 0$
(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$
(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$
$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$
따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

**5.** 두 복소수 $z_1 = a + (3b-1)i$ , $z_2 = (b+1) - 5i$에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$가 성립할 때, 실수 $a, b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$a + (3b-1)i = (b+1) + 5i$에서

$\begin{cases} a = b+1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases}$ 이므로 연립하면

$a = 3,\ b = 2$

$\therefore\ a + b = 5$

**6.** $x$에 대한 이차방정식 $2mx^2+(5m+2)x+4m+1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 $m$의 값은?

① $-\frac{3}{2},\ -2$　② $-\frac{7}{12},\ -\frac{1}{2}$　③ $-\frac{7}{2},\ 2$
④ $-\frac{2}{7},\ 2$　⑤ $\frac{2}{7},\ \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 $D$라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로

$D=(5m+2)^2-4\cdot 2m\cdot(4m+1)=0$

$25m^2+20m+4-32m^2-8m=0$

$7m^2-12m-4=0$

$(7m+2)(m-2)=0$

$\therefore m=-\frac{2}{7}$ 또는 $2$

**7.** 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 $x$ 축과 만나지 않을 때, 실수 $k$ 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$　② $-1 < k < 8$　③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$　⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
$x$ 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

**8.** $x(x-1)(x+1)-6=0$의 세근을 구하면?

① $2,\ -1,\ -3$　② $-2,\ 1,\ -3$　③ $2,\ 1,\ -3$

④ $-2,\ -1\pm\sqrt{2}i$　⑤ $2,\ -1\pm\sqrt{2}i$

**해설**

준식$=x(x^2-1)-6=x^3-x-6=0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$(x-2)(x^2+2x+3)=0$

$\therefore\ x=2,-1\pm\sqrt{2}i$

**9.** $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$의 값을 구하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$x+y+z=1$에서
$x+y=1-z$
$y+z=1-x$
$z+x=1-y$
$(x+y)(y+z)(z+x)=(1-z)(1-x)(1-y)$
$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$
$=1-1+2-3=-1$

**10.** 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눈 나머지가 $3x + 4$ 이다. 상수 $a,\ b$ 의 값을 구하면?

① $a = -10,\ b = 3$　② $a = 10,\ b = 3$

③ $a = -10,\ b = -3$　④ $a = 7,\ b = 3$

⑤ $a = -5,\ b = 4$

해설

몫을 $x + c$ 라고 둔다면
$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + c) + 3x + 4$
이차항의 계수 : $c + 4 = 0$ 에서 $c = -4$
상수항 : $bc + 4 = -8$ 에서 $b = 3$
일차항의 계수 : $4c + b + 3 = a$ 에서 $a = -10$

**11.** 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$로 나누면 나머지는 $-4$이고, 그 몫을 $x+2$로 나누면 나머지는 2이다. 이때, $f(x)$를 $x+2$로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

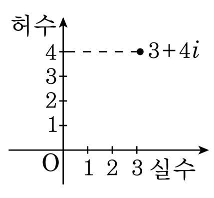
▶ 답 :

▷ 정답 : $-14$

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

**12.** 복소수 $z=a+bi$ ($a$, $b$는 실수)를 실수의 순서쌍 $(a,\ b)$로 나타내어 좌표평면 위에 표시할 수 있다. 예를 들어 $3+4i$를 $(3,\ 4)$로 나타내면 다음 그림과 같이 표시할 수 있다. $z=1+i$일 때, $0,\ z,\ z^2$ 이 나타내는 점을 각각 $A,\ B,\ C$ 라 할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가? (단, 가장 정확하게 표시한 것을 하나만 고른다.)




① 정삼각형

② 이등변삼각형

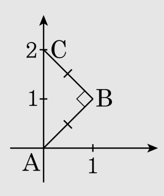
③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 답 없음

해설

$z = 1+i \quad z^2 = 2i \Rightarrow \quad B(1,\ 1),\ C(0,\ 2)$




$\Rightarrow$ 직각이등변삼각형

※ 이와 같이 복소수의 실수부와 허수부를 순서쌍으로 좌표평면에 나타내는 것을 복소평면이라 한다.

**13.** $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -4

해설

$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2}=i \quad \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2}=-i$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200} &= i^{100}+(-i)^{100} \\ &= (i^4)^{25}+\left((-i)^4\right)^{25} \\ &= 1+1=2\end{aligned}$$

**14.** $a$, $b$ 가 실수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

| |
|---|
| Ⅰ $n$이 양의 홀수일 때, $\sqrt[n]{-3^n}$은 실수이다. |
| Ⅱ $-1 < a < 1$일 때, $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = 3$ |
| Ⅲ $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$이다. |
| Ⅳ $0 < a < b$일 때, $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ |

① Ⅰ, Ⅱ　② Ⅰ, Ⅲ　③ Ⅱ, Ⅲ
④ Ⅰ, Ⅳ　⑤ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt[n]{-3^n} = -\sqrt[n]{3^n} = -3 \in R$ (참)

Ⅱ. $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = |a+1| - |a-2|$
$= a + 1 - (2 - a)$
$= 2a - 1 \neq 3$

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 이면 $b < 0$, $a \geq 0$ 이다.

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-(-b)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{(-b)}i$
$= \sqrt{a(-b)}i = \sqrt{-a(-b)} = \sqrt{ab}$

$\therefore$ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (참)

Ⅳ. $0 < a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이다.

$\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} - \sqrt{b}| = \sqrt{b} - \sqrt{a}$

**15.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2-4x+ka-2k+b=0$이 $k$의 값에 관계없이 중근을 가지도록 실수 $a, b$의 값을 정할 때, $a+b$의 값은?

① 0　② 2　③ 4　④ 6　⑤ 8

해설

중근을 가지려면 판별식은 0이다.

$D'=2^2-(ka-2k+b)=0$

$\Rightarrow\ (2-a)k+4-b=0$

모든 $k$에 대하여 성립하려면

$a=2,\ b=4$

$\therefore\ a+b=6$

**16.** 조건 $x^2 - 2kx + k^2 + 2k + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2 를 만족하는 실수 $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-2$

해설

두 근을 $\alpha$, $\alpha + 2$ 라 하면

근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} \alpha + \alpha + 2 = 2k & \cdots\cdots ㉠ \\ \alpha(\alpha + 2) = k^2 + 2k + 3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $\alpha = k - 1$을 ㉡에 대입하면,

$(k - 1)(k + 1) = k^2 + 2k + 3$

$\therefore\ k = -2$

**17.** 이차다항식 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 두근의 합이 $12$일 때, 이차방정식 $f(2x)=0$의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하고
$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0$라 놓으면
$f(2x)=a(2x-\alpha)(2x-\beta)=0$
$a\left(x-\frac{\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta}{2}\right)=0,\ \left(x-\frac{\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta}{2}\right)=0$
$\alpha+\beta=12$ 이므로
이 방정식의 두 근 $\frac{\alpha}{2},\ \frac{\beta}{2}$ 의 합은
$\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{12}{2}=6$

**18.** $0 \le x \le 3$ 에서 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 의 최댓값을 $M$ , 최솟값을 $m$ 이라 할 때, $M + m$ 의 최댓값은? (단, $0 \le a \le 2$ )

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$f(x) = x^2 - ax = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}$ $(0 \le x \le 3)$

$0 \le \frac{a}{2} \le 1$ 이므로

최솟값 $m = f\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4}$,

최댓값 $M = f(3) = 9 - 3a$

$\therefore M + m = 9 - 3a - \frac{1}{4}a^2 = -\frac{1}{4}(a+6)^2 + 18$

이때, $0 \le a \le 2$ 이므로

$M + m$ 은 $a = 0$ 일 때 최댓값 9 를 갖는다.

**19.** 대각선의 길이가 $\sqrt{34}\,\mathrm{m}$ 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 가로, 세로의 길이를 각각 $2\,\mathrm{m}$ 씩 늘였더니, 넓이가 $20\,\mathrm{m}^2$ 만큼 넓어졌다고 한다. 처음 땅의 가로, 세로의 길이를 구하면?

① 가로의 길이 : $3\,\mathrm{m}$ , 세로의 길이 :$5\,\mathrm{m}$

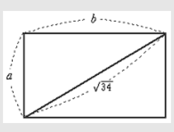
② 가로의 길이 : $5\,\mathrm{m}$ , 세로의 길이 :$3\,\mathrm{m}$

③ 가로의 길이 : $3\,\mathrm{m}$ , 세로의 길이 :$5\,\mathrm{m}$ 또는 가로의 길이 : $5\,\mathrm{m}$ , 세로의 길이 :$3\,\mathrm{m}$

④ 가로의 길이 : $(3\sqrt{6}-2)\,\mathrm{m}$ , 세로의 길이 :$(3\sqrt{6}-2)\,\mathrm{m}$

⑤ 가로의 길이 : $\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ , 세로의 길이 : $\sqrt{5}\,\mathrm{m}$

해설




$a^2+b^2=(\sqrt{34})^2=34$

$(a+2)(b+2)=ab+20$

$ab+2(a+b)+4=ab+20$

$\therefore\ a+b=8$

$2ab=(a+b)^2-(a^2+b^2)=64-34=30$

$\therefore\ ab=15\ b=8-a$

$a\cdot(8-a)=15\ \rightarrow\ (a-5)(a-3)=0$

$\therefore\ a=3, b=5$ 또는 $a=5, b=3$

**20.** 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

ⅰ) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,

계수$=2$

: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 $x$를 곱할 때,

계수$=1$

ⅱ) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$라 하면,

$(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$

$3Y=3x+3x^2+3x^3$

일차항의 계수$=3$, 다른 항에는 일차항이 없다.

ⅰ), ⅱ) 에서 $2+1+3=6$

**21.** 모든 실수 $x$에 대하여 $x^{10}+1=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{10}(x-1)^{10}$이 성립할 때, $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 513

해설

양변에 $x=0$을 대입하면
$1=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}\cdots$①
양변에 $x=2$을 대입하면
$2^{10}+1=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}\cdots$②
① + ②에 의해
$2^{10}+2=2\left(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10}\right)$
$\therefore \left(a_0+a_2+\cdots+a_{10}\right)=2^9+1=513$

**22.** 세 양수 $a$, $b$, $c$가 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시킬 때 $a$, $b$, $c$를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이라고 한다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$에서
$a>0,\ b>0,\ c>0$이므로 $a+b+c\neq 0$
$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$
$\therefore\ \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$
$\therefore\ a=b=c$ ($\because a,\ b,\ c$는 실수)
따라서 $a$, $b$, $c$를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$,
$a^2=1$
$\therefore\ a=b=c=1$
$\therefore\ a+b+c=3$

**23.** $x$ 에 대한 다항식 $x^3+ax^2+bx+2$ 를 $x^2-x+1$ 로 나눈 나머지가 $x+3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, $ab$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-6$

해설

검산식을 사용

$x^3+ax^2+bx+2=(x^2-x+1)\cdot A+(x+3)$

$A=(x+p)$

$x^3+ax^2+bx+2-(x+3)=(x^2-x+1)(x+p)$

$x^3+ax^2+(b-1)x-1=(x^2-x+1)(x-1)\ \ \therefore p=-1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a=-2,\ b=3$

$\therefore ab=-6$

**24.** $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수가 $-8$ 일 때, $a-2b$ 의 값은?

① $-6$ ② $-4$ ③ $-2$ ④ $0$ ⑤ $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2 개씩 나온다.

$(-2x^3 \times b)\times 2+(x^2\times ax)\times 2=(-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

**25.** 방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 $\omega$라 할 때, 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

**보기**

㉠ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ ㉡ $\omega^2 = 1$

㉢ $\omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}} = 2$ ㉣ $\omega^{1005} + \omega^{1004} = -\omega$

㉤ $\omega^{18} + \omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}} = 3$

① ㉠, ㉢ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

**해설**

$x^3 - 1 = 0,$

$(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\Rightarrow \omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0,$

$\omega^2 = -1 - \omega \cdots$ ㉠, ㉡

$\omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}}$

$= (\omega^3)^{33} + \frac{1}{(\omega^3)^{33}} = 2 \cdots$ ㉢

$\omega^{1005} + \omega^{1004}$

$= (\omega^3)^{335} + (\omega^3)^{334} \times \omega^2$

$= \omega^2 + 1 = -\omega \cdots$ ㉣

$\omega^{18} + \omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}}$

$= (\omega^3)^6 + (\omega^3)^{33} + \frac{1}{(\omega^3)^{33}} = 3 \cdots$ ㉤