

1.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$  가  $x - 2$ 를 인수로 가질 때,  $k$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$  가  $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉,  $f(2) = 0$ 을 만족시키는  $k$ 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

2. 다음 중 다항식  $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$  의 인수인 것은?

①  $a + c$

②  $a - b^2$

③  $a^2 - b^2 + c^2$

④  $a^2 + b^2 + c^2$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

3. 방정식  $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i)  $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로,  $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii)  $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로,  $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 ( i ), ( ii )에서  $x = 3$  또는  $x = -1$

4. 계수가 실수인  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수  $a, b$ 의 값은?

- ①  $a = 1, b = 2$       ②  $a = 0, b = 3$       ③  $a = -1, b = 2$   
④  $a = 0, b = 2$       ⑤  $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든  $k$ 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, \quad a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$



5. 세 다항식  $A = x^2 + 3x - 2$ ,  $B = 3x^2 - 2x + 1$ ,  $C = 4x^2 + 2x - 3$  에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

- ①  $3x^2 + 12x - 13$                       ②  $-3x^2 + 24x + 21$   
③  $3x^2 - 12x + 21$                       ④  $-3x^2 - 24x + 21$   
⑤  $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

6. 다항식  $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x - 1$  , 나머지가  $-7x - 2$  이다. 다항식  $B = ax^2 + bx + c$  일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$  의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$  이다.

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$

좌변을  $2x - 1$  로 나누면

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$\therefore B = x^2 - 3x + 2$

7. 다항식  $f(x)$  에 대하여,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$ ,  $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$  일 때,  $f(x)$  를  $(2x-1)(3x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $12x-3$

해설

구하는 나머지를  $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$$

$x = \frac{1}{2}$ ,  $x = \frac{1}{3}$ 을 각각 양변에 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3, \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면  $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$  구하는 나머지는  $12x-3$

8. 두 다항식  $x^3 + 2x^2 - x - 2$ ,  
 $(x - 1)(3x^2 + ax + 2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -3$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 2)(x + 1)$$

$\therefore 3x^2 + ax + 2a$ 는

$x + 2$  또는  $x + 1$ 을 인수로 가져야 한다.

$f(x) = 3x^2 + ax + 2a$ 로 놓을 때

$x + 2$ 가 인수이면  $f(-2) = 12 - 2a + 2a = 12$ 가 되어 적합하지 않다.

$\therefore x + 1$ 을 인수로 갖는다.

$x + 1$ 이 인수이면  $f(-1) = 3 - a + 2a = 3 + a = 0$

$\therefore a = -3$



9. 세 다항식  $f(x) = x^2 + x - 2$ ,  $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$ ,  $h(x) = x^2 + mx + 8$ 의 최대공약수가  $x$ 의 일차식일 때,  $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $m = 6$

해설

$f(x) = (x + 2)(x - 1)$   
 $g(x) = (x + 2)(2x - 1)$  이므로  
 $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최대공약수는  $x + 2$   
이것이  $h(x)$ 의 약수이어야 하므로  
 $h(-2) = 4 - 2m + 8 = 0$   
 $\therefore m = 6$

10. 두 이차다항식의 최대공약수가  $x-1$ , 최소공배수가  $x^3-2x^2-5x+6$  일 때, 두 다항식의 합은?

- ①  $2x^2-3x+1$       ②  $2x^2-2x-1$       ③  $2x^2+3x-5$   
④  $2x^2+2x-4$       ⑤  $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을  $A, B$ 라고 하면

$$AB = (x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$$

$$= (x-1)^2(x+2)(x-3)$$

$A, B$ 의 최대공약수가  $x-1$ 이므로

$$A = (x-1)(x+2) = x^2+x-2$$

$$B = (x-1)(x-3) = x^2-4x+3$$

$$\therefore A+B = 2x^2-3x+1$$

11. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가  $x+3$ 이고 최소공배수가  $x^3+x^2-6x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

①  $(x+1)(x-2)$

②  $(x+2)(x+4)$

③  $2(x-1)(x+3)$

④  $2(x-2)(x-4)$

⑤  $2(x+1)(x-4)$

해설

최대공약수가  $x+3$  이므로 두 이차식을  $a(x+3)$ ,  $b(x+3)$  ( $a, b$  는 서로소)라 하고  
최소공배수를  $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$  라 하면  
 $f(x) = x(x^2 + x - 6) = x(x+3)(x-2)$   
따라서 두 다항식은  
 $x(x+3)$ ,  $(x-2)(x+3)$  이므로  
구하는 두 다항식의 합은  
 $x(x+3) + (x-2)(x+3) = (x+3)(2x-2)$   
 $= 2(x-1)(x+3)$

12. 실수  $a$  에 대하여  $\sqrt{a} \sqrt{a-1} = -\sqrt{a(a-1)}$  ,  $\sqrt{\frac{b}{b-1}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-1}}$  일 때,  $|a| + |b-1| + |a-b|$  의 값을 구하면?

①  $-2$

②  $1$

③  $-2a+1$

④  $-2b-1$

⑤  $-2a-2b-1$

해설

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a-1} = -\sqrt{a(a-1)}$  이므로

$a \leq 0, a-1 \leq 0$  이다.

$\therefore a \leq 0, \sqrt{\frac{b}{b-1}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-1}}$  이므로  $b-1 < 0, b \geq 0$  이다.

$\therefore 0 \leq b < 1$

$\therefore a-b \leq 0$

$\therefore |a| + |b-1| + |a-b| = -a - (b-1) - (a-b)$   
 $= -2a + 1$



13.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이  $-1+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a=2$

▷ 정답 :  $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$ 에  $x=-1+\sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면  
 $3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$   
 $-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$   
 $-a+b+3=0$ 과  $a-2=0$ 에서  $a=2, b=-1$

14. 직선  $y = x + 4$ 에 평행하고, 곡선  $y = -x^2 + 2$ 에 접하는 직선의 방정식은?

- ①  $4x + 4y = 9$       ②  $4x - 4y = 9$       ③  $-4x + 4y = 9$   
④  $-4x - 4y = 5$       ⑤  $-4x - 4y = -5$

해설

직선  $y = x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식을  $y = x + k$ 라 하면  
이차방정식  $x + k = -x^2 + 2$ ,

즉  $x^2 + x + k - 2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,

$$D = 1 - 4k + 8 = 0$$

$$\therefore k = \frac{9}{4}$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은  $y = x + \frac{9}{4}$

$$\therefore -4x + 4y = 9$$

15. 삼차항의 계수가 1인 삼차식  $f(x)$  에 대하여  $f(1) = f(2) = f(3) = 3$  이 성립할 때,  $f(0)$  의 값은?

① -6      ② -4      ③ -3      ④ 1      ⑤ 3

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \text{ 라고 두면,}$$

$$f(1) = 1 + a + b + c = 3$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 3$$

$$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 3$$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = -6, b = 11, c = -3$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 3$$

$$\therefore f(0) = -3$$

해설

$$f(1) = f(2) = f(3) = 3 \text{ 이므로}$$

$$f(x) - 3 = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$f(0) - 3 = -1 \times (-2) \times (-3) = -6$$

$$\therefore f(0) = -3$$

16. 복소수들 사이의 연산  $*$ 가 다음과 같다고 하자.

$$\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$$

이 때,  $(1 + 2i) * z = 1$ 을 만족시키는 복소수  $z$ 는?(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $1 + i$

②  $1 - i$

③  $-1 + i$

④  $-1 - i$

⑤  $i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면

$$(1 + 2i) * z$$

$$= (1 + 2i) + (a + bi) + (1 + 2i)(a + bi)i$$

$$= (-a - b + 1) + (a - b + 2)i = 1$$

$$-a - b + 1 = 1, \quad a - b + 2 = 0$$

$$a = -1, \quad b = 1$$

$$\therefore z = -1 + i$$



17. 복소수  $z$ 에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 모두 고르면?(단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이고  $z \neq 0$  이다)

|                                     |                       |                     |
|-------------------------------------|-----------------------|---------------------|
| ㉠ $z + \bar{z}$                     | ㉡ $z\bar{z}$          | ㉢ $(z - \bar{z})^2$ |
| ㉤ $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$ | ㉦ $\frac{\bar{z}}{z}$ |                     |

- ① ㉠
 ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉡, ㉢
 ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦

해설

$$z = a + bi \text{ 라 하자 } \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\textcircled{㉠} \ z + \bar{z} = 2a$$

$$\textcircled{㉡} \ z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$$\textcircled{㉢} \ (z - \bar{z})^2 = (2bi)^2 = -4b^2$$

$$\textcircled{㉤} \ \frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} - \frac{a + bi}{a^2 + b^2} = \frac{-2bi}{a^2 + b^2}$$

$$\textcircled{㉦} \ \frac{\bar{z}}{z} = \frac{(a - bi)^2}{a^2 + b^2}$$

18. 복소수  $\alpha = a + bi$  ( $a, b$  는 실수)에 대하여  $\alpha^* = b + ai$ 로 나타낸 다.  $\alpha = \frac{4+3i}{5}$  일 때,  $5\alpha^5(\alpha^*)^4$  의 값을 구하면?

①  $4 + 3i$

②  $3 + 3i$

③  $2 + 3i$

④  $1 + 3i$

⑤  $-1 + 3i$

해설

$$\begin{aligned}\alpha\alpha^* &= (a+bi)(b+ai) \\ &= ab+a^2i+b^2i-ab=(a^2+b^2)i \\ \alpha &= \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로 } \alpha\alpha^* = \left\{ \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right\} i = i \\ \therefore 5\alpha^5(\alpha^*)^4 &= 5\alpha(\alpha\cdot\alpha^*)^4 \\ &= 5\cdot\frac{4+3i}{5}\cdot i^4 \\ &= 4+3i\end{aligned}$$

19.  $x = 1$  일 때 최솟값  $-1$  을 갖고,  $y$  절편이  $3$  인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = a(x - p)^2 + q$  라 할 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x - 1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

20.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (a-2)x + a^2 + a + 2 = 0$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(\alpha-1)(\beta-1)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단,  $a$ 는 상수)

- ① 1                      ② 3                      ③ 5                      ④ 7                      ⑤ 9

해설

이차방정식  $x^2 + (a-2)x + a^2 + a + 2 = 0$ 이

두 실근을 가져야 하므로

$$D = (a-2)^2 - 4(a^2 + a + 2) = -3a^2 - 8a - 4 \geq 0$$

$$(3a+2)(a+2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq -\frac{2}{3} \cdots \text{㉠}$$

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = -a + 2, \alpha\beta = a^2 + a + 2 \text{이므로}$$

$$(\alpha-1)(\beta-1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1$$

$$= a^2 + a + 2 + a - 2 + 1$$

$$= a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2$$

따라서,  $-2 \leq a \leq -\frac{2}{3}$ 에서

$a = -1$ 일 때 최솟값 0,

$a = -2$ 일 때 최댓값 1을 가지므로

최댓값과 최솟값의 합은 1이다.



21. 1200 명이 들어갈 수 있는 어느 소극장에서 입장권을 6000 원에 팔면 평균 600 명의 관중이 입장한다. 시장조사에 의하면, 입장료를 500 원씩 내리면 100 명씩 더 온다고 조사가 되었다. 이 때, 수입을 최대로 하기 위한 입장권의 가격은?

- ① 3000 원                      ② 3500 원                      ③ 4000 원  
④ 4500 원                      ⑤ 5000 원

해설

수입을  $f(x)$  라고 하면,

$$\begin{aligned} f(x) &= (6000 - 500x)(600 + 100x) \\ &= -50000x^2 + 300000x + 3600000 \\ &= -50000(x - 3)^2 + 4050000 \end{aligned}$$

$x = 3$  일 때 최대이다.

즉, (입장권 가격)  $= 6000 - 500 \times 3 = 4500$  원.

22.  $p$ 가 실수일 때, 두 이차방정식  $x^2+px+3=0$ ,  $x^2+3x+p=0$ 이 오직 한 개의 공통근  $\alpha$ 를 갖는다고 한다. 이 때,  $\alpha-p$ 의 값을 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$$\alpha^2 + p\alpha + 3 = 0$$

$$\alpha^2 + 3\alpha + p = 0$$

$$\alpha(p-3) - (p-3) = (\alpha-1)(p-3) = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ or } p = 3$$

$$p = 3 \text{ 이면 두 다항식이 같아지므로 } \alpha = 1$$

$$\therefore 1 + p + 3 = 0 \quad \therefore p = -4$$

$$\therefore \alpha - p = 1 - (-4) = 5$$

23.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $(x-3)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고,  $x+3$ 으로 나누면 4가 남는다고 한다. 이 때,  $f(x)$ 를  $(x-3)^2(x+3)$ 으로 나눈 나머지는?

- ①  $(x-3)^2$
- ②  $3x^2+2x-5$
- ③  $\frac{1}{5}(x-3)^2$
- ④  $x^2+2x-5$
- ⑤  $\frac{1}{9}(x-3)^2$

해설

$f(-3) = 4$   
 $f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + ax^2 + bx + c$   
 $f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + a(x-3)^2 (\because f(x) \text{는 } (x-3)^2 \text{으로 나누어 떨어진다.})$   
 $f(x) = (x-3)^2((x+3)Q(x) + a)$   
 $f(-3) = (-3-3)^2a = 4$   
 $\therefore a = \frac{1}{9}$   
 $\therefore$ 구하는 나머지 :  $\frac{1}{9}(x-3)^2$

24.  $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  일 때,  $\alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{14}$  의 값은?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $0$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $1$

해설

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서 } 2\alpha + 1 = \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱해서 정리하면 } \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ (\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) &= 0, \alpha^3 = 1 \\ \therefore \alpha^{3k+1} = \alpha, \alpha^{3k+2} = \alpha^2, \alpha^{3k} &= 1 \\ (\text{준식}) &= (\alpha + \alpha^2 + 1) + (\alpha + \alpha^2 + 1) + \\ &\quad \cdots + (\alpha + \alpha^2 + 1) + \alpha + \alpha^2 \\ &= \alpha + \alpha^2 \\ &= -1 \\ (\because \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0) \end{aligned}$$



25.  $x + \frac{1}{x} = 1$  일 때,  $x^3 + 5x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3}$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$       ②  $\frac{3}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$       ③  $\frac{5}{2}(2 \pm \sqrt{3}i)$   
④  $\frac{7}{2}(3 \pm \sqrt{3}i)$       ⑤  $\frac{9}{2}(4 \pm \sqrt{3}i)$

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 + \frac{1}{x^3} + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3x \\&= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \left(x + \frac{1}{x}\right) + 3x \\&= 3x \\&= \frac{3}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)\end{aligned}$$