1. 다음은 연산법칙을 이용하여 (x+3)(x+2)를 계산한 식이다.

$$(x+3)(x+2) = (x+3)x + (x+3) \times 2$$

$$= (x^2 + 3x) + (2x+6)$$

$$= x^2 + (3x+2x) + 6$$

$$= x^2 + 5x + 6$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- 교환법칙, 결합법칙
   교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

해설

- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

```
(x+3)(x+2) = (x+3)x + (x+3) \times 2 (분배)
= (x^2+3x) + (2x+6) (분배)
= x^2 + (3x+2x) + 6 (결합)
= x^2 + 5x + 6
```

**2.**  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a = x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a의 값을 구하면?

① -3 ②3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

직접 나누어 본다.

해설

해설

 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$ 

 $x^2+x+1=0$ 이 되는 x값을 대입한다.  $x^2+x+1=0$ 에서  $(x-1)(x^2+x+1)=0, \ x^3-1=0$ 

∴  $x^3 = 1$ 준 식의 좌변에  $x^3 = 1$ ,  $x^2 = -x - 1$ 을 대입하면

2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0\therefore a = 3

u = 3

- **3.** 다항식  $2x^2 + 5ax a^2$ 을 다항식 P(x)로 나눈 몫이 x + 3a, 나머지가  $2a^2$ 일 때, 다항식 (x+a)P(x)를 나타낸 것은?
  - ①  $x^2 + 2ax 2a^2$  ②  $x^2 a^2$
  - $3 2x^2 + 3ax + a^2$
- $4 2x^2 3ax a^2$
- $\bigcirc 2x^2 + ax a^2$

해설

 $2x^2 + 5ax - a^2 = P(x)(x+3a) + 2a^2$ 이므로  $P(x)(x+3a) = 2x^2 + 5ax - 3a^2$ 

따라서, 다항식 P(x)는  $2x^2+5ax-3a^2$ 을 x+3a로 나눈 몫이므로

P(x) = 2x - a

 $\therefore (x+a)P(x) = (x+a)(2x-a)$ 

 $=2x^2+ax-a^2$ 

 $a=2004,\,b=2001$ 일 때,  $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ 의 값은? 4.

> ② 23 ① 21 3 25 **⑤** 29

준 식은  $(a-b)^3$ 이다. a - b = 2004 - 2001 = 3

 $\therefore (a-b)^3 = 3^3 = 27$ 

- 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 **5.** 겉넓이는?
  - ② 196 ④ 308 ⑤ 496 ① 144

세 모서리를 x, y, z라 하면

3 288

해설

 $x + y + z = 22 \cdot \dots \cdot \boxed{1}$   $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdot \dots \cdot \boxed{2} \circ \boxed{3}$ 겉넓이는 2(xy + yz + zx)이다.

①, ② 에서  $22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$  $\therefore \ 2(xy + yz + zx) = 288$ 

**6.**  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, |ab - cd|의 값을 구하여라.

▶ 답:

➢ 정답: 12

해설

(준식) =  $(x^2 + 3)^2 - (2x)^2$ =  $(x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$ 여기서 계수를 비교하면

역기서 계수들 비교하면 a = 2, b = 3, c = -2, d = 3

 $\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$ 

- **7.** 두 다항식  $f(x) = x^3 ax + b, g(x) = x^2 + ax 2b$ 의 최대공약수가 x-1일 때, f(x), g(x)의 최소공배수를 구하면?
  - ①  $(x-1)^2(x+1)(x+2)$  ②  $(x-1)^2(x+4)(x+2)$ ③  $(x-1)(x+1)^2(x+2)$  ④  $(x-1)(x+4)^2(x+2)$
  - $(x-1)(x+4)(x+2)^2$

## 해설 인수정리에 의해

f(1) = 1 - a + b = 0

g(1) = 1 + a - 2b = 0

연립하면, a=3,b=2

 $\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$ 조립제법을 이용하면,

 $f(x) = (x-1)^2(x+2)$  $g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$ 

∴ 최소공배수: (x - 1)<sup>2</sup>(x + 4)(x + 2)

8.  $x^2+ax-9$ 와  $x^2+bx+c$ 의 합은  $2x^2-4x-6$ , 최소공배수는  $x^3-x^2-9x+9$ 이다. a-b+c의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수이다.)

▶ 답:

## ▷ 정답: 7

해설

 $A = x^2 + ax - 9 = Gp$  $B = x^2 + bx + c = Gq$ 라 하면

 $A + B = (p+q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x+1)(x-3)$  $L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x-1) - 9(x-1)$ 

 $L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$  $= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$ 

따라서, G = x - 3, p = x + 3, q = x - 1이다.  $\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$ 

 $B = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$ 

 $\therefore \ a = 0, \ b = -4, \ c = 3$ 

 $\therefore a-b+c=7$ 

- 9. 차수가 같은 두 다항식의 합이  $2x^2 5x 3$ 이고 최소공배수가  $x^3 2x^2 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.
  - 답:

**> 정답:** x-3

두 다항식을 A, B라고 하면

해설

A + B = (a+b)G, L = abG,

즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$ 

 $2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$ 

 $\therefore G = x - 3$ 

10. 세 실수 a, b, c가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a+b+c=1, \ ab+bc+ca=1, \ abc=1$$
이 때,  $(a+b)(b+c)(c+a)$ 의 값은?

10

② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

a+b+c=1에서

$$\begin{vmatrix} a+b=1-c, \ b+c=1-a, \ c+a=1-b \\ (a+b)(b+c)(c+a) \end{vmatrix}$$

$$= (1-c)(1-a)(1-b)$$

$$= 1 - (a + b + c) + (ab + bc + ca) - abc$$

$$= 1 - (a + b + c) + (a + b +$$

**11.** 
$$(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$$
을 간단히 하면?

- ①  $4^8 + 3^8$  ②  $4^{15} 3^{15}$  ③  $4^{15} + 3^{15}$

## 해설

 $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$  $= (4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$   $= (4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$ 

 $= (4^{4} - 3^{4})(4^{4} + 3^{4})(4^{8} + 3^{8})$   $= (4^{8} - 3^{8})(4^{8} + 3^{8})$   $= 4^{16} - 3^{16}$ 

**12.** 3차 이하의 다항식 f(x)에 대하여 f(x) a b

해설

$$\frac{f(x)}{x(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{x-3}$$
가 성립할 때, 다음 중  $d$ 와 같은 것은? (단,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ 는 실수이다.)

① f(0) ② f(1) ③  $\frac{f(2)}{2}$  ④  $\frac{f(3)}{6}$  ⑤ 0

준 식을 정리하면 f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-2)(x-3) + cx(x-1)(x-3) + dx(x-1)(x-2) x = 3 일 때,  $f(3) = d \cdot 3(3-1)(3-2)$ 

 $f(3) = d \cdot 3(3-1)(3-2)$   $\therefore d = \frac{f(3)}{6}$ 

- **13.** x + y + z = 0, 2x y 7z = 3을 동시에 만족시키는 x, y, z에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, a + b + c의 값을 구하면?
  - ① 11

해설

- 2 8
- **4** 6 **5** 4

(i) x + y + z = 0, 2x - y - 7z = 3에서

- x, y를 z에 대하여 나타내면
  - x = 2z + 1, y = -3z 1
- (ii) x = 2z + 1, y = -3z 1을  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  에 대입하여 정리하면
  - $(4a+9b+c)z^{2} + 2(2a+3b)z + (a+b-1) = 0$  $\therefore 4a+9b+c=0, 2a+3b=0, a+b-1=0$
  - $\therefore a = 3, b = -2, c = 6$
  - $\therefore a+b+c=7$

- **14.** 다항식  $f(x)=a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ 가  $x-\alpha$ 로 나누어떨어질 때, f(f(x))를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

  - ① 0
  - $\bigcirc a_0$  $\Im a_1$
  - (4)  $a_5$

나머지 정리에 의해  $f(\alpha) = 0$ 

해설

 $\therefore f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는  $f(f(\alpha))$  $f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$ 

- **15.**  $x^{30}$ 을 x-3으로 나눌 때 몫을 Q(x), 나머지를 R라 하면 Q(x)의 계수의 총합(상수항 포함)과 R과의 차는?
  - ①  $\frac{1}{2}(3^{29}+1)$  ②  $\frac{1}{2}\cdot 3^{30}$  ③  $\frac{1}{2}(3^{30}-1)$  ④  $\frac{1}{2}(3^{30}+1)$

 $x^{30} = (x-3)Q(x) + R$ 

x = 3을 대입하면  $3^{30} = R$ 

Q(x)의 계수의 총합은 Q(1)과 같으므로 x=1을 대입하면  $1=-2Q(1)+3^{30}$ 

 $\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$   $\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$ 

**16.**  $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면  $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

(준시) =  $\{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2$ =  $(x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2$ =  $\{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2$ =  $(x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2$ 

= (x - 18) - 4x(x - 18) - 21x + 21x $= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)$ 따라서 p = -18, g = -4

 $\therefore pg = (-18) \times (-4) = 72$ 

- 17. 세 양수 a, b, c가  $a^3+b^3+c^3=3abc$ 를 만족시킬 때 a, b, c를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  이라고 한다. 이 때, a+b+c의 값을 구하여라.
  - ▷ 정답: 3

V 98 ⋅

▶ 답:

18.  $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

 $2^{5} = x$ 라 두면  $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^{5} + 1}{2^{35} - 1} = \frac{x^{8} - x^{7} - x + 1}{x^{7} - 1}$   $= \frac{(x - 1)(x^{7} - 1)}{x^{7} - 1}$   $= x - 1 = 2^{5} - 1 = 31$ 

19. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B에 대하여 A, B의 최대공약수를 (A, B), A, B의 최소공배수를 [A, B]라 하자. 다항식 A, B?

$$(A + B, A - B) = 2x - 3, [A + B, A - B] = 2x^{2} + x - 6$$
을 만족할 때,  $2[A, B] = 0$ 과 같은 해를 갖는 것은?

①  $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$  ②  $x^3 + 4x^2 - 2x - 7$ 

 $3 x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ 

A = aG, B = bG (a,b는 서로소)라 하자.

(A + B, A - B) = ((a + b)G, (a - b)G) = 2x - 3이므로 G = 2x - 3따라서 A,B는 2x-3으로 나누어떨어지고 a,b는 일차식이다.  $\mathbb{E}[A+B,A-B] = [(a+b)G,(a-b)G] = 2x^2 + x - 6$ 

=(x+2)(2x-3) 이므로 (a+b)(a-b)G=(x+2)(2x-3) $\therefore (a+b)(a-b) = x+2 \ \bigcirc \boxed{3}$ 

a, b는 모두 일차식이므로

a + b = x + 2, a - b = 1 이라 하고 연립하여 풀면

 $a = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2},$ 

 $b = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  $\therefore [A, B] = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) (2x - 3)$ 

 $= \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}\right)(2x - 3)$  $= \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{8}{4}x^2 - 3x + \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$ 

 $= \frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$ 

 $\therefore 2[A, B] = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 3x - \frac{9}{2}$ 따라서 2[A, B]와 같은 것은 ①  $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$  이다.

 ${f 20}$ . 두 다항식 f(x),g(x)에 대하여 2f(x)-g(x)를  $x^2+1$ 로 나눈 나머지 R(x)는 g(x)를  $x^2 + 1$ 로 나는 나머지와 같다. f(x)를  $x^2 + 1$ 로 나는 나머지가 2x + 4일 때, R(10)의 값을 구하여라.

▷ 정답: 24

답:

 $2f(x) - g(x) = (x^2 + 1)A(x) + R(x)$  $g(x) = (x^2 + 1)B(x) + R(x)$ 라 둘 수 있다.

따라서  $2f(x) = g(x) + (x^2 + 1)A(x) + R(x)$ =  $(x^2 + 1)B(x) + R(x) + (x^2 + 1)A(x) + R(x)$ =  $(x^2 + 1)\{A(x) + B(x)\} + 2R(x)$ 

 $\stackrel{\text{Z}}{\neg}$ ,  $f(x) = (x^2 + 1)\frac{1}{2} \{A(x) + B(x)\} + R(x)$ 

∴ R(x) = 2x + 4 이 R(10) = 24

**21.** 차 다항식 P(x)가  $P(k)=\frac{k}{k+1}$ (단,  $k=0,1,\ 2,\ \cdots,\ 10)$ 을 만족 시킬 때, P(11)의 값은?

 $\frac{1}{6}$  ②  $\frac{1}{3}$  ③  $\frac{1}{2}$  ④  $\frac{5}{6}$  ⑤ 1

해설  $P(k) = \frac{k}{k+1} \Rightarrow (k+1)P(k) - k = 0$  f(x) = (x+1)P(x) - x 라 하면  $f(x) \succeq f(0) = f(1) = f(2) = \cdots$  = f(10) = 0 인 다항식이다.  $\therefore f(x) = ax(x-1)(x-2)\cdots(x-10)$ 또,  $f(-1) = 1 = a(-1)(-2)\cdots(-11)$   $= -a \cdot 11!(단, 11! = 1 \times 2 \times \cdots \times 11)$   $\therefore a = -\frac{1}{11!}$  f(11) = 12P(11) - 11  $= -\frac{1}{11!} \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \cdots \cdot 1 = -1$   $\therefore P(11) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ 

**22.** 두 다항식 f(x), g(x)에 대하여 f(x)+g(x)는 x+2로 나누어 떨어지고, f(x)-g(x)를 x+2로 나누었을 때의 나머지는 4이다. [보기]의 다항식 중 x+2로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

④ □, □⑤ ¬, □, □

해설

나머지 정리에 의해 f(-2)+g(-2)=0, f(-2)-g(-2)=4두식을 연립하면, f(-2)=2, g(-2)=-2① :  $x+f(x)\to x=-2$ 를 대입하면 -2+f(-2)=0② :  $x^2+f(x)g(x)\to x=-2$ 를 대입하면  $(-2)^2+f(-2)g(-2)=0$ © :  $f(g(x))-x\to x=-2$ 를 대입하면 f(g(-2))-(-2)=f(-2)+2=4

**23.** x에 대한 다항식 f(x)를  $(x-1)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고, x+1로 나누면 나머지가 4이다. 이 때, f(x)를  $(x+1)(x-1)^2$ 으로 나눌 때, 나머지를  $ax^2+bx+c$ 라 하면 a+b+c의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

f(x)를 x+1로 나는 나머지가 4이므로 f(-1)=4  $f(x)=(x-1)^2Q(x)\cdots \bigcirc$   $f(x)=(x+1)(x-1)^2Q'(x)+ax^2+bx+c$   $=(x+1)(x-1)^2Q'(x)+a(x-1)^2\ (\because \bigcirc)$ 양변에 x=-1를 대입하면  $f(-1)=4a=4\therefore a=1$   $ax^2+bx+c=a(x-1)^2=x^2-2x+1$   $\therefore b=-2,c=1$   $\therefore a+b+c=0$ 

 $ax^2 + bx + c$ 를 구하는 것이 아니라 a + b + c를 통째로 구할 때는 다음과 같이 풀 수 있다.  $f(x) = (x-1)^2 \circ 2$  나누어 떨어지므로 f(1) = 0  $f(x) = (x+1)(x-1)^2 Q'(x) + ax^2 + bx + c$  양변에 x = 1를 대입하면 f(1) = 0 + (a+b+c) = 0  $\therefore a+b+c = 0$ 

**24.**  $(x-2)^4 = a(x-3)^4 + b(x-3)^3 + c(x-3)^2 + d(x-3) + e$  가 x 에 대한 항등식일 때, 2c - bd 의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

x에 대한 항등식 이므로 x에 대한 적당한 수를 넣어 식을 만든다. i)  $x = 3 \Rightarrow e = 1$ ii)  $x = 2 \Rightarrow a - b + c - d + 1 = 0$ iii)  $x = 4 \Rightarrow a + b + c + d + 1 = 16$ iv)  $x = 4 \Rightarrow 16a - 8b + 4c - 2d + 1 = 1$ v)  $x = 5 \Rightarrow 16a + 8b + 4c - 2d + 1 = 1$ 위 5개의 식을 연립하여 a, b, c, d의 값을 구한다. a = 1, b = 4, c = 6, d = 4, e = 1 $\therefore 2c - bd = -4$ 

해설

**25.** 다음 중  $\left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 - 1$ 의 값과 같은 것은?

① 
$$\frac{3^2 \times 997^3}{10}$$
 ②  $\frac{3^2 \times 997^6}{10}$  ③  $-\frac{3^2 \times 997}{10}$  ③  $-\frac{3^2 \times 997}{10}$ 

주어진 식에서  $\frac{997}{1000}$ 과  $\frac{3}{1000}$ 을 더해보면  $\frac{997+3}{1000}=1$ 이므로  $a=rac{997}{1000},\;b=rac{3}{100},\;c=-1$ 이라 하면 a+b+c=0이 된다. 따라서 a+b+c=0이므로  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  $=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ and } a^3+b^3+c^3=3abc$  $a^3 + b^3 + c^3 = \left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 + (-1)^3 의 젊은$  $3abc = 3 imes rac{997}{1000} imes rac{3}{1000} imes (-1)$ 와 같으므로  $3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) = -\frac{3^2 \times 997}{10^6}$