1. 정수 x의 값이 $-2 \le x \le 2$일 때, $2x+1$의 최댓값은?

① -3　② 1　③ 3　④ 5　⑤ 7

해설

$2x+1$은 x에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x가 커지면 $2x+1$값도 커진다.
따라서 $x=2$일 때 $2x+1$값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$-2 \le x \le 2 \;\Rightarrow\; -4 \le 2x \le 4$
$\Rightarrow\; -3 \le 2x+1 \le 5$
$\therefore$ 최댓값은 5

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2>1 \end{cases}$ 을 풀어라.

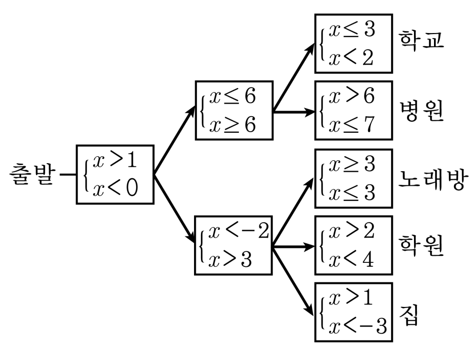
① $-2<x\le 1$ ② $1<x\le 2$ ③ $-1\le x<2$
④ $1<x<2$ ⑤ $-1<x\le 2$

해설

$\begin{cases} 3(x-2)\le x-2 \\ x+2>1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x\le -2+6 \\ x>-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ x>-1 \end{cases}$

$\therefore\ -1<x\le 2$

3. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x \le 6 \\ x \ge 6 \end{cases}$ 의 해는 $x = 6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x \ge 3 \\ x \le 3 \end{cases}$ 의 해는 $x = 3$ 이다. $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$ 의 해는 $2 < x < 4$ 이고 $\begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$ 은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

4. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+3 > -3+x \\ 5x+1 \le 3x-1 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6 < x \le -1$

해설

$\begin{cases} 2x+3 > -3+x \\ 5x+1 \le 3x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x \le -1 \end{cases}$

$\therefore\ -6 < x \le -1$

5. 다음 연립부등식을 풀면?

$$2x-3<3x+1\le 5x-3$$

① $x\le 1$ ② $x\ge 2$ ③ $x\ge 1$ ④ $x\le 2$ ⑤ $x\ge 3$

해설

$\begin{cases} 2x-3<3x+1 \\ 3x+1\le 5x-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x>-4 \\ x\ge 2 \end{cases}$

$\therefore x\ge 2$

6. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $-2<x<1$일 때 부등식 $cx^2-bx-a>0$을 만족하는 한 자리의 자연수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

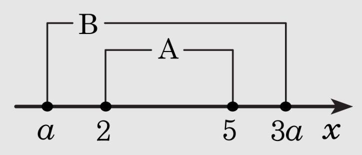
$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $-2<x<1$ 이므로 $a<0$
해가 $-2<x<1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1)<0$,
즉 $x^2+x-2<0$ 양변에 a 를 곱하면
$ax^2+ax-2a>0$ 이 부등식이
$ax^2+bx+c>0$ 과 같으므로
$b=a, c=-2a\cdots$㈎
㈎를 $cx^2-bx-a>0$ 에 대입하면
$-2ax^2-ax-a>0$, $2x^2+x+1>0(\because -a>0)$
이 때 방정식 $2x^2+x+1=0$ 의 판별식
$D=1^2-4\cdot 2=-7<0$ 이므로
$2x^2+x+1>0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1,2,3,\cdots,9$ 의 9개이다.

7. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$
$x^2-7x+10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
② $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $2 \le x \le 3$
③ $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$
④ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
⑤ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$

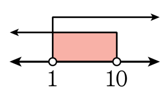
해설

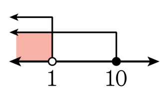
$\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 & \cdots ㉠ \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

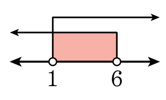
㉠ $(x-3)(x+2) \le 0$
$-2 \le x \le 3$
㉡ $(2x-3)(2x-1) \ge 0$
$x \ge \frac{3}{2}$, $\quad x \le \frac{1}{2}$
㉠과 ㉡의 공통범위 :
$-2 \le x \le \frac{1}{2}$, $\quad \frac{3}{2} \le x \le 3$

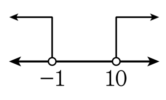
9. 다음 연립부등식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

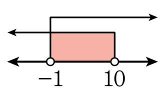
$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{4} > \dfrac{1}{2}x - \dfrac{x+1}{3} \\ 0.2x + 1 < 3 \end{cases}$$

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

i) $\dfrac{x-1}{4} > \dfrac{1}{2}x - \dfrac{x+1}{3}$ 의 양변에 12를 곱하면

$3(x-1) > 6x - 4(x+1)$

$3x - 3 > 6x - 4x - 4$

$x > -1$

ii) $0.2x + 1 < 3$ 의 양변에 10 을 곱하면

$2x + 10 < 30$

$x < 10$

$\therefore -1 < x < 10$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 0.4(x+2) > x-1 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 의 정수 해가 1 개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$0.4(x+2) > x-1$, $x < 3$

$x-a > 0$, $x > a$

따라서 연립부등식의 해 중 정수가 2 뿐이어야 하므로 $1 \le a < 2$ 이다.

11. 두 부등식 $2(5-2x) \geq x+5$, $2x+1 > x+a$의 공통해가 존재하지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \geq 2$

해설

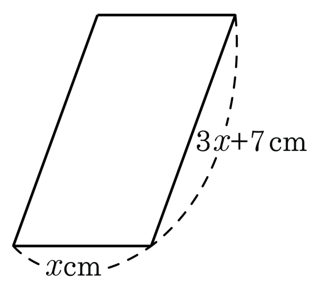
$2(5-2x) \geq x+5$, $5 \geq 5x$ $\quad \therefore \ x \leq 1$

$2x+1 > x+a$ $\quad \therefore \ x > a-1$

따라서 해가 존재하지 않기 위해서는 $a-1 \geq 1$ 이어야 한다.

$\therefore \ a \geq 2$

12. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x+2(3x+7)$ 임으로, $120<8x+14\le 150$ 이다. $120<8x+14\le 150$ 를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases}120<8x+14\\8x+14\le 150\end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases}x>\frac{106}{8}\\x\le\frac{136}{8}\end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4}<x\le 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는 $\frac{53}{4}<x\le 17$ 이다. $\frac{53}{4}=13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

13. $64 \le 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \le x \le 8$　② $x = 8$　③ 해는 없다.

④ 모든 실수　⑤ $x \le 8$

해설

$64 \le 16x - x^2$

$x^2 - 16x + 64 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-8)^2 \le 0$

$\Rightarrow \quad x = 8$

14. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 부등식 $2[x]^2-[x]-6<0$을 만족하는 x의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$ ② $x \le -1$ ③ $x \ge 1$
④ $x \le 1$ ⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2-[x]-6<0$에서 좌변을 인수분해하면

$(2[x]+3)([x]-2)<0,\ -\frac{3}{2}<[x]<2$

이 때 $[x]$는 정수이므로 $[x]=-1,\ 0,\ 1$

$[x]=-1,\ 0,\ 1$이면 $-1 \le x < 2$

$\therefore\ -1 \le x < 2$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2x$의 그래프가 직선 $y = a$보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위가 $-1 < x < b$일 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값은?

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2 - 2x < a$ 에서 $x^2 - 2x - a < 0 \cdots$ ㉠
한편, 해가 $-1 < x < b$이고
이차항의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+1)(x-b) < 0$
$\therefore x^2 + (1-b)x - b < 0$ 이
부등식 ㉠과 일치해야 하므로
$1 - b = -2$, $a = b$
따라서 $a = 3$, $b = 3$이므로 $ab = 9$

16. n, $n+5$, $n+8$ 이 둔각삼각형의 세 변의 길이가 되는 자연수 n 의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 7

④ 9 ⑤ 무수히 많다.

해설

삼각형의 결정조건에서

$n+(n+5)>n+8$, $n>3\cdots\cdots$㉠

둔각삼각형일 조건에서 $n^2+(n+5)^2<(n+8)^2$

$n^2-6n-39<0$, $3-\sqrt{48}<n<3+\sqrt{48}\cdots\cdots$㉡

㉠, ㉡에서 자연수인 n 은

$n=4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$ (6 개)

17. x에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a의 범위를 구하면 $a \leq k$이다. 이 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

ⅰ) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1,\ a < 2$

ⅱ) $f(1) > 0,\quad 1 - a + 9 > 0,\quad a < 10$

ⅲ) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$\mathrm{D} = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0,\ \ a \geq 6,\ a \leq -6$

따라서 ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의해 $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

18. 이차방정식 $x^2-(a+1)x-3=0$의 한 근이 3보다 크고, 다른 한 근은 3보다 작을 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $a>-3$ ② $a>-1$ ③ $a>1$
④ $a<1$ ⑤ $a<3$

해설

$f(x)=x^2-(a+1)x-3$이라 하면
방정식 $f(x)=0$의 두근 사이에 3이 있으므로
$f(3)=9-3(a+1)-3<0$
$-3a+3<0$
$\therefore\ a>1$

19. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$

$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x-a \\ 2x-a < -6x \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$

$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8}$ 가 $\frac{2}{5} < x < b$ 이므로

$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$

$5a-36 = 4$

$\therefore\ a = 8$

$\therefore\ b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$

20. 12% 의 설탕물 300g 이 있을 때, 물 xg 을 증발시켜 15% 이상 20% 이하의 설탕물을 만들려고 한다. x 의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 60 ② 80 ③ 100 ④ 120 ⑤ 130

해설

12% 의 소금물 300g 의 소금의 양은 $\frac{12}{100} \times 300 = 36$ (g) 이다.

따라서 물 xg 을 뺏을 때의 농도를 나타내면 $\frac{36}{300 - x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하이므로, $15 \le \frac{36}{300 - x} \times 100 \le 20$ 이고,

이를 연립 방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 15 \le \frac{36}{300 - x} \times 100 \\ \frac{36}{300 - x} \times 100 \le 20 \end{cases}$ 이다.

간단히 나타내면 $\begin{cases} x \ge 60 \\ x \le 120 \end{cases}$ 이다.

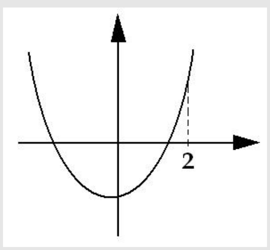
따라서 빼줘야 하는 물의 양 x 의 범위는 $60 \le x \le 120$ 이다.

21. $x > 2$인 모든 실수 x에 대하여 $x^2 - 2kx + k - 1 > 0$을 성립하게 하는 실수 k의 최댓값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$D/4 = k^2 - k + 1 > 0$이므로 서로 다른 두 실근을 가진다.



문제의 조건을 만족하기 위해서는 대칭축이 2보다 왼쪽에 있어야 하고 $f(2) \geq 0$의 두 조건을 모두 만족해야 한다.

대칭축 조건에서 $k < 2$ ……㉠

$f(2) = 3 - 3k \geq 0$에서 $k \leq 1$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $k \leq 1$

k의 최댓값은 1이다.

22. 이차방정식 $(x-1)(x-3)+m(x-k)=0$이 모든 실수 m에 대하여 항상 서로 다른 두 실근을 가지도록 k의 값의 범위를 정하면?

① $0<k<1$ ② $1<k<3$ ③ $-1<k<1$
④ $-1<k<2$ ⑤ $-1<k<3$

해설

$x^2+(m-4)x+3-mk=0$은
서로 다른 두 실근을 가지므로
$D=(m-4)^2-12+4mk>0$
이것을 정리하면
$m^2+4(k-2)m+4>0 \cdots$(ⅰ)
(ⅰ)는 모든 실수 m에 대하여 성립해야 하므로
$4(k-2)^2-4<0$
$\therefore (k-1)(k-3)<0$
$\therefore 1<k<3$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x^2-6x+8>0 \\ x^2-(a+6)x+6a \le 0 \end{cases}$ 의 정수의 해가 5와 6일 때, a 의 값의 범위는 $p < a \le q$이다. 이때, $p+q$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\begin{cases} x^2-6x+8>0 \cdots ㉠ \\ x^2-(a+6)x+6a \le 0 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠: $x>4, x<2$

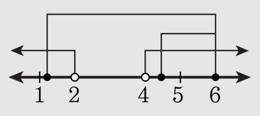
㉡: $(x-6)(x-a) \le 0$

㉠과 ㉡의 정수해가 5, 6이라면

㉡의 해는 $a \le x \le 6$

㉠과 ㉡의 정수해가 5, 6이 되도록

수직선으로 나타내면 다음과 같다.



$1 < a \le 5$

$p+q=1+5=6$

24. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근은 -1과 0 사이에 있고, 다른 근은 0과 2 사이에 있을 때 정수 $a,\ b$에 대하여, $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x)=x^2+ax+b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1)=1-a+b>0 & \cdots ① \\ f(0)=b<0 & \cdots ② \\ f(2)=4+2a+b>0 & \cdots ③ \end{cases}$$

①$\times 2+$③하면 $6+3b>0$

$\therefore\ b>-2$

이것과 ②에서 $-2<b<0$

$\therefore\ b=-1$ ($\because\ b$는 정수)

이 값을 ①, ③에 대입하면

$1-a-1>0,\ 4+2a-1>0$

$\therefore\ -\frac{3}{2}<a<0$

$\therefore\ a=-1$ ($\because\ a$는 정수)

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ a+b=-2$

25. 6 시에 야구경기가 시작되는 야구장에 야구경기를 보기 위해 사람들이 찾아오고 있다. 5 시부터 표를 팔기 시작하는 데 표 발매 시작 전에 이미 1800 명의 사람들이 줄을 서 있다. 이후에도 계속 매분 20 명이 경기시작 전까지 찾아온다. 야구장에서는 10 곳의 발권창구를 마련하고 있고 1 분당 3 명에게 표를 판매하고 있고 무인발권기 10 대를 운영하고 있다. 야구장을 찾은 관중의 수가 3000 명일 경우 경기 시작 전에 모두에게 표가 발매될 수 있다고 한다. 주말을 맞아 야구장을 찾는 관중의 수가 1000 명 이상 늘어날 것으로 예상된다고 할 때 경기시작 전에 모두 입장이 가능하려면 무인발권기를 최소 몇 대 더 설치해야 하는지 구하여라. (단, 무인발권기 한 대당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답: 대

▷ 정답: 9대

해설

전체 관중수가 $1800 + 20 \times 60$분 $= 3000$명 이므로 무인발권기 한 대가 1 분당 발매하는 표의 수를 x장이라 하면

10×60분 $\times 3$명 $+ 10 \times 60$분 $\times x = 3000$

$\therefore x = 2$

추가로 설치할 무인발권기의 수를 y대라 하면

$y \times 2 \times 60 \geq 1000$

$\therefore y \geq 8.3$

따라서 최소 9 대의 무인발권기를 추가로 설치해야 한다.