

1. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

① -3

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.

따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$$

$\therefore$ 최댓값은 5

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀어라.

① $-2 < x \leq 1$

② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

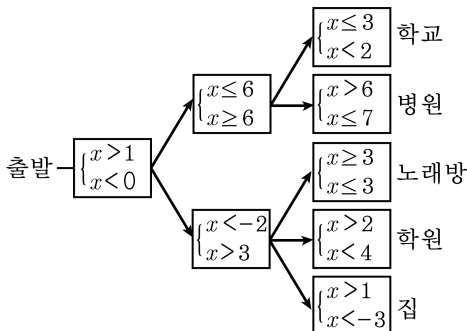
⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x > -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x \leq 2$$

3. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$ 의 해는 $x = 6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases}$ 의

해는 $x = 3$ 이다. $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$ 의 해는 $2 < x < 4$ 이고 $\begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$

은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

4. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6 < x \leq -1$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\therefore -6 < x \leq -1$$

5. 다음 연립부등식을 풀면?

$$2x - 3 < 3x + 1 \leq 5x - 3$$

- ① $x \leq 1$ ② $x \geq 2$ ③ $x \geq 1$ ④ $x \leq 2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$$\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 1 \\ 3x + 1 \leq 5x - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\therefore x \geq 2$$

6. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$

해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,

즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면

$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이

$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로

$b = a, c = -2a \cdots$ (가)

(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면

$-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$

이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로

$2x^2 + x + 1 > 0$ 은

모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

따라서 주어진 부등식을 만족하는

한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 개이다.

7. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$

③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$

⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

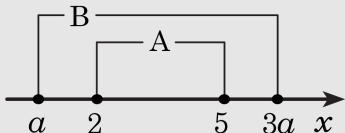
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ② $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
 ③ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
 ④ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ⑤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\textcircled{㉡} (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

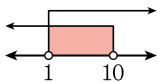
㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

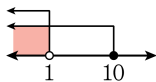
9. 다음 연립부등식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} > \frac{1}{2}x - \frac{x+1}{3} \\ 0.2x + 1 < 3 \end{cases}$$

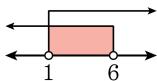
①



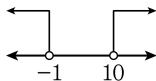
②



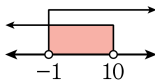
③



④



⑤



해설

i) $\frac{x-1}{4} > \frac{1}{2}x - \frac{x+1}{3}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$3(x-1) > 6x - 4(x+1)$$

$$3x - 3 > 6x - 4x - 4$$

$$x > -1$$

ii) $0.2x + 1 < 3$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x + 10 < 30$$

$$x < 10$$

$$\therefore -1 < x < 10$$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 0.4(x+2) > x-1 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 의 정수 해가 1개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$0.4(x+2) > x-1, x < 3$$

$$x-a > 0, x > a$$

따라서 연립부등식의 해 중 정수가 2뿐이어야 하므로 $1 \leq a < 2$ 이다.

11. 두 부등식 $2(5 - 2x) \geq x + 5$, $2x + 1 > x + a$ 의 공통해가 존재하지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \geq 2$

해설

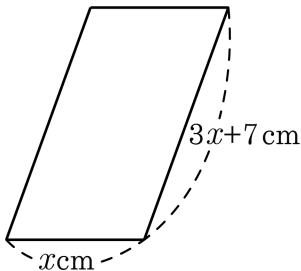
$$2(5 - 2x) \geq x + 5, 5 \geq 5x \quad \therefore x \leq 1$$

$$2x + 1 > x + a \quad \therefore x > a - 1$$

따라서 해가 존재하지 않기 위해서는 $a - 1 \geq 1$ 이어야 한다.

$$\therefore a \geq 2$$

12. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



- ① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x + 2(3x + 7)$ 임으로, $120 < 8x + 14 \leq 150$ 이다.
 $120 < 8x + 14 \leq 150$ 를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 120 < 8x + 14 \\ 8x + 14 \leq 150 \end{cases} \quad \text{이다. 간단히 하면} \quad \begin{cases} x > \frac{106}{8} \\ x \leq \frac{136}{8} \end{cases} \quad \text{이다. 따}$$

라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는

$\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. $\frac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

13. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$64 \leq 16x - x^2$$

$$x^2 - 16x + 64 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - 8)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 8$$

14. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다.
부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 를 만족하는 x 의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \leq x < 2$

② $x \leq -1$

③ $x \geq 1$

④ $x \leq 1$

⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(2[x] + 3)([x] - 2) < 0, -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

이 때 $[x]$ 는 정수이므로 $[x] = -1, 0, 1$

$[x] = -1, 0, 1$ 이면 $-1 \leq x < 2$

$$\therefore -1 \leq x < 2$$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2x$ 의 그래프가 직선 $y = a$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < b$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^2 - 2x < a \text{ 에서 } x^2 - 2x - a < 0 \cdots \textcircled{7}$$

한편, 해가 $-1 < x < b$ 이고

이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x + 1)(x - b) < 0$$

$$\therefore x^2 + (1 - b)x - b < 0 \text{ 이}$$

부등식 $\textcircled{7}$ 과 일치해야 하므로

$$1 - b = -2, a = b$$

따라서 $a = 3, b = 3$ 이므로 $ab = 9$

16. $n, n+5, n+8$ 이 둔각삼각형의 세 변의 길이가 되는 자연수 n 의 개수는?

① 4

② 6

③ 7

④ 9

⑤ 무수히 많다.

해설

삼각형의 결정조건에서

$$n + (n + 5) > n + 8, n > 3 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

둔각삼각형일 조건에서 $n^2 + (n + 5)^2 < (n + 8)^2$

$$n^2 - 6n - 39 < 0, 3 - \sqrt{48} < n < 3 + \sqrt{48} \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 자연수인 n 은

$n = 4, 5, 6, 7, 8, 9$ (6 개)

17. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$$\therefore k = -6$$

18. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근이 3보다 크고, 다른 한 근은 3보다 작을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > -3$

② $a > -1$

③ $a > 1$

④ $a < 1$

⑤ $a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 두근 사이에 3이 있으므로

$$f(3) = 9 - 3(a+1) - 3 < 0$$

$$-3a + 3 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

19. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x - a \\ 2x - a < -6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$$

$$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8} \text{ 가 } \frac{2}{5} < x < b \text{ 이므로}$$

$$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$5a - 36 = 4$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

20. 12%의 설탕물 300g이 있을 때, 물 x g을 증발시켜 15% 이상 20% 이하의 설탕물을 만들려고 한다. x 의 값으로 옳지 않은 것은?

① 60

② 80

③ 100

④ 120

⑤ 130

해설

12%의 소금물 300g의 소금의 양은 $\frac{12}{100} \times 300 = 36$ (g)이다.

따라서 물 x g을 뺏을 때의 농도를 나타내면 $\frac{36}{300-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하이므로, $15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20$ 이고,

이를 연립 방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \\ \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$ 이다.

간단히 나타내면 $\begin{cases} x \geq 60 \\ x \leq 120 \end{cases}$ 이다.

따라서 빼줘야 하는 물의 양 x 의 범위는 $60 \leq x \leq 120$ 이다.

21. $x > 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 2kx + k - 1 > 0$ 을 성립하게 하는 실수 k 의 최댓값은?

① -1

② 0

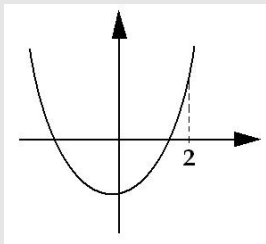
③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$D/4 = k^2 - k + 1 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 가진다.



문제의 조건을 만족하기 위해서는 대칭축이 2보다 왼쪽에 있어야 하고 $f(2) \geq 0$ 의 두 조건을 모두 만족해야 한다.

대칭축 조건에서 $k < 2$ ㉠

$f(2) = 3 - 3k \geq 0$ 에서 $k \leq 1$ ㉡

㉠, ㉡에서 $k \leq 1$

k 의 최댓값은 1이다.

22. 이차방정식 $(x-1)(x-3) + m(x-k) = 0$ 이 모든 실수 m 에 대하여 항상 서로 다른 두 실근을 가지도록 k 의 값의 범위를 정하면?

① $0 < k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $-1 < k < 1$

④ $-1 < k < 2$

⑤ $-1 < k < 3$

해설

$x^2 + (m-4)x + 3 - mk = 0$ 은

서로 다른 두 실근을 가지므로

$$D = (m-4)^2 - 12 + 4mk > 0$$

이것을 정리하면

$$m^2 + 4(k-2)m + 4 > 0 \cdots (i)$$

(i)는 모든 실수 m 에 대하여 성립해야 하므로

$$4(k-2)^2 - 4 < 0$$

$$\therefore (k-1)(k-3) < 0$$

$$\therefore 1 < k < 3$$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ x^2 - (a+6)x + 6a \leq 0 \end{cases}$ 의 정수의 해가 5와 6일 때, a 의 값의 범위는 $p < a \leq q$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 - (a+6)x + 6a \leq 0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠}: x > 4, x < 2$$

$$\textcircled{㉡}: (x-6)(x-a) \leq 0$$

㉠과 ㉡의 정수해가 5, 6이라면

㉡의 해는 $a \leq x \leq 6$

㉠과 ㉡의 정수해가 5, 6이 되도록 수직선으로 나타내면 다음과 같다.



$$1 < a \leq 5$$

$$p+q = 1+5 = 6$$

24. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \cdots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \cdots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① $\times 2 +$ ③ 하면 $6 + 3b > 0$

$$\therefore b > -2$$

이것과 ②에서 $-2 < b < 0$

$$\therefore b = -1 (\because b \text{는 정수})$$

이 값을 ①, ③에 대입하면

$$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a \text{는 정수})$$

$$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$$

25. 6 시에 야구경기가 시작되는 야구장에 야구경기를 보기 위해 사람들이 찾아오고 있다. 5 시부터 표를 팔기 시작하는 데 표 발매 시작 전에 이미 1800 명의 사람들이 줄을 서 있다. 이후에도 계속 매분 20 명이 경기시작 전까지 찾아온다. 야구장에서는 10 곳의 발권창구를 마련하고 있고 1 분당 3 명에게 표를 판매하고 있고 무인발권기 10 대를 운영하고 있다. 야구장을 찾은 관중의 수가 3000 명일 경우 경기 시작 전에 모두에게 표가 발매될 수 있다고 한다. 주말을 맞아 야구장을 찾는 관중의 수가 1000 명 이상 늘어날 것으로 예상된다고 할 때 경기시작 전에 모두 입장이 가능하려면 무인발권기를 최소 몇 대 더 설치해야 하는지 구하여라. (단, 무인발권기 한 대당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)



답 :

대



정답 : 9대

해설

전체 관중수가 $1800 + 20 \times 60\text{분} = 3000\text{명}$ 이므로 무인발권기 한 대가 1 분당 발매하는 표의 수를 x 장이라 하면

$$10 \times 60\text{분} \times 3\text{명} + 10 \times 60\text{분} \times x = 3000$$

$$\therefore x = 2$$

추가로 설치할 무인발권기의 수를 y 대라 하면

$$y \times 2 \times 60 \geq 1000$$

$$\therefore y \geq 8.3$$

따라서 최소 9 대의 무인발권기를 추가로 설치해야 한다.