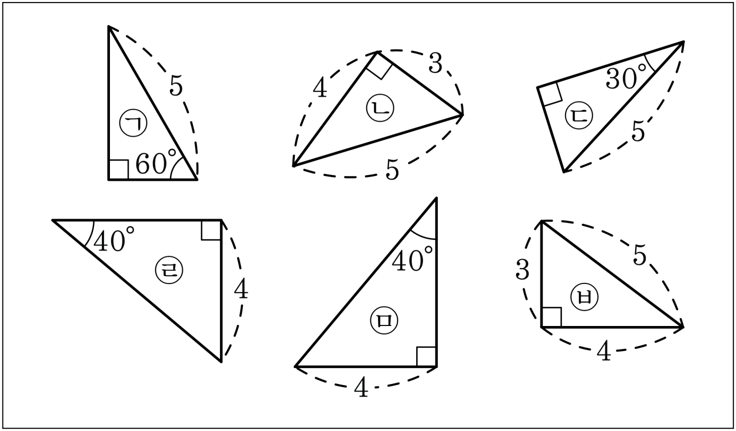
1. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?



① ㉠과 ㉡　　② ㉠과 ㉢　　③ ㉡과 ㉤

④ ㉡과 ㉥　　⑤ ㉣과 ㉤

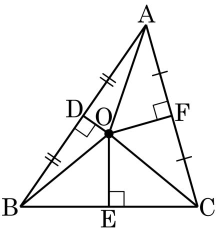
해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 30° ,60° 로 같으므로 RHA 합동이다.

㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.

㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 40° , 90° 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

2. 다음 그림을 보고, 다음 중 크기가 같은 것끼리 묶은 것이 아닌 것은?



① $\overline{AO} = \overline{OC}$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\angle OEB = \angle OEC$

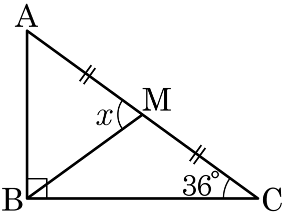
④ $\angle OBE = \angle OCE$

⑤ $\angle DOB = \angle FOC$

해설

$\angle DOB = \angle DOA$ 이고 $\angle FOC = \angle FOA$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36^\circ$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

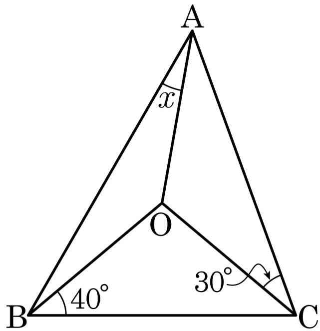
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle MCB = \angle MBC = 36^\circ$

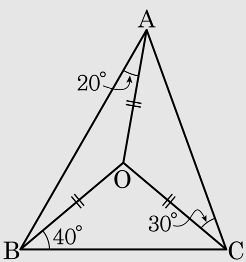
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OBC = 40°$, $\angle ACO = 30°$일 때, $\angle x$의 크기는?



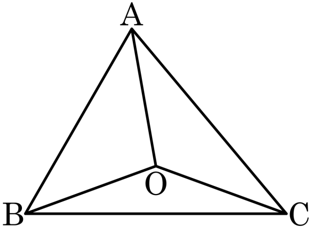
① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 40°

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로
$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이다.
$\angle OCB = 40°$, $\angle OAC = 30°$,
$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$이므로
$2\angle x + 40° \times 2 + 30° \times 2 = 180°$,
$2\angle x + 140° = 180°$,
$\therefore\ \angle x = 20°$

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

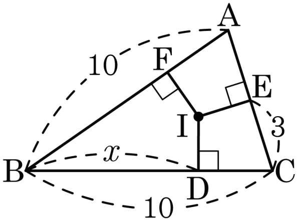


① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$ ④ $70°$ ⑤ $80°$

해설

$$\angle ACB = 360° \times \frac{5}{(5+6+7)} \times \frac{1}{2} = 50°$$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

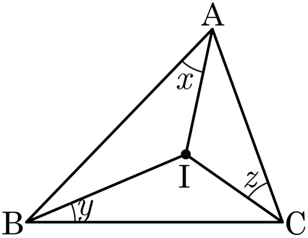
해설

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로, $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}}$이다.

$\overline{\mathrm{BC}} = x + \overline{\mathrm{CD}}$

$\therefore \ x = 10 - 3 = 7$

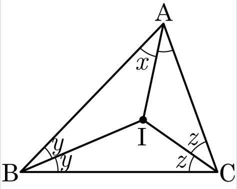
7. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = (\qquad)^\circ$ 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 90

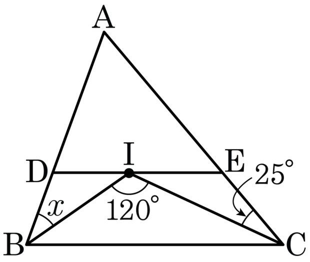
해설



$2(x + y + z) = 180^\circ$

$\therefore\ x + y + z = 90^\circ$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선을 그어 변 AB, AC 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 25° ② 35° ③ 45° ④ 55° ⑤ 65°

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle ECI = \angle ICB = 25°$,

$\angle DBI = \angle IBC = \angle x \cdots$ ㉠

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle IBC = 180° - 120° - \angle ICB$

$= 180° - 120° - 25° = 35°$ 이다.

따라서 ㉠ 에 의해 $\angle x = 35°$ 이다.

9. 다음은 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 알맞지 않은 것을 고르면?

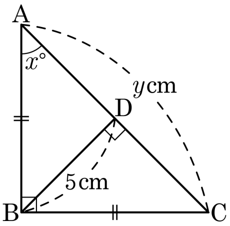
【가정】$\triangle$ABC 에서 (㉠) $=$ (㉡)
【결론】$\angle$B $=$ $\angle$C
【증명】$\triangle$ABC 에서 꼭지각 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D 라고 하면,
$\triangle$ (㉢)와 $\triangle$ACD 에서
(㉠) $=$ (㉡) (가정)
$\angle$BAD $=$ $\angle$CAD
(㉣)는 공통
$\therefore$ $\triangle$ (㉢) $\equiv$ $\triangle$ACD (㉤)
$\therefore$ $\angle$B $=$ $\angle$C

① ㉠$\overline{AB}$ ② ㉡$\overline{AC}$ ③ ㉢ABD
④ ㉣$\overline{AD}$ ⑤ ㉤ASA 합동

해설

【가정】$\triangle$ABC 에서 ($\overline{AB}$) $=$ ($\overline{AC}$)
【결론】$\angle$B $=$ $\angle$C
【증명】$\triangle$ABC 에서 꼭지각 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D 라고 하면,
$\triangle$ (ABD)와 $\triangle$ACD 에서
($\overline{AB}$) $=$ ($\overline{AC}$) (가정)
$\angle$BAD $=$ $\angle$CAD
($\overline{AD}$)는 공통
$\therefore$ $\triangle$ (ABD) $\equiv$ $\triangle$ACD (SAS합동)
$\therefore$ $\angle$B $=$ $\angle$C

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$이고 $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$일 때, x의 값과 y의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▶ 답 : ______ cm

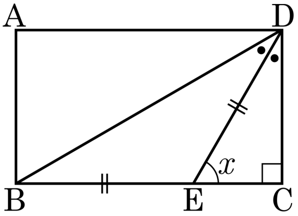
▷ 정답 : $x = 45$ °

▷ 정답 : $y = 10$ cm

해설

$\triangle$ABC는 직각이등변삼각형이므로 $\angle x = 45°$이므로 $x = 45$
$\triangle ADB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동)이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\triangle ADB$, $\triangle CDB$가 직각이등변삼각형이므로
$\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{CD} = 5\,(\text{cm})$이므로 $y = 10$이다.

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DE}}$, $\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CDE}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\angle\mathrm{BDE} = \angle a$ 라고 하면 $\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CDE} = \angle a$ 이고, $\angle x = 2\angle a$

$\triangle\mathrm{CDE}$ 의 내각의 합을 이용하면

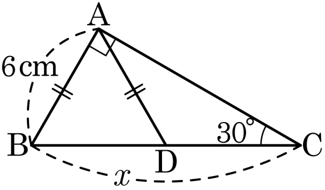
$$\begin{aligned} 180° &= \angle\mathrm{CDE} + \angle\mathrm{DEC} + \angle\mathrm{ECD} \\ &= \angle a + 2\angle a + 90° \\ &= 3\angle a + 90° \end{aligned}$$

$\therefore \angle a = 30°$

한편 $\angle x = 2\angle a$ 이므로

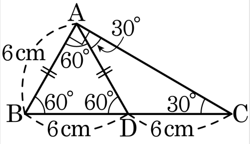
$\therefore \angle x = 60°$

12. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, x 의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

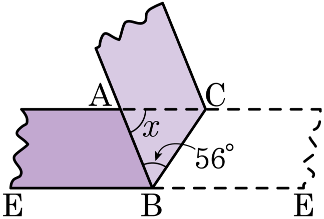


$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.

$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $x = 12\,\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$ 의 크기는?



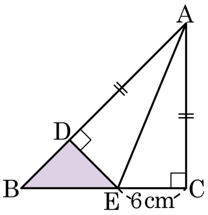
① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

$\angle ABE = 180^\circ - (56^\circ \times 2) = 68^\circ$

$\angle ABE = \angle BAC = \angle x = 68^\circ$ (엇각)

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 빗변 AB 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$ 가 되게 점 D 를 잡고, 점 D 를 지나며 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{EC}=6\text{cm}$ 이다. $\triangle BDE$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 14cm^2 ③ 16cm^2

④ 18cm^2 ⑤ 20cm^2

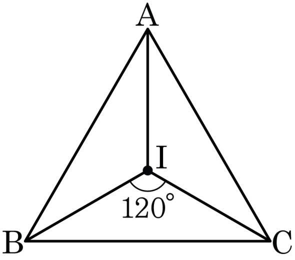
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{CE}=6\text{cm}$,

$\triangle BDE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE}=\overline{DB}=6\text{cm}$

$$\therefore \triangle BDE = \frac{6\times 6}{2} = 18(\text{cm}^2)$$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 120°$일 때, $\angle BAI = (\qquad)°$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

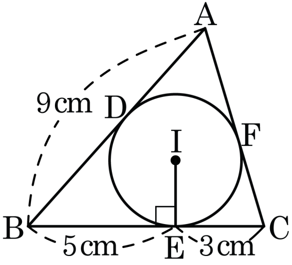
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 120° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$,

$\angle A = \angle BAC = 60°$

$\therefore \angle BAI = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



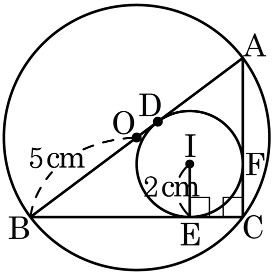
① 22cm^2 ② 23cm^2 ③ 24cm^2
④ 25cm^2 ⑤ 26cm^2

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 2 \times (9 + 8 + 7) = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 $\triangle$ABC 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm 이고 점 D, E, F 는 접점일 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB 의 중점이 외심이므로 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이다.

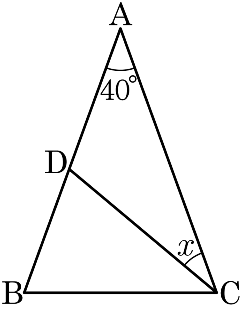
$\overline{\text{AD}} = \overline{\text{AF}} = a\text{cm}$ 라 하면

$\overline{\text{BD}} = \overline{\text{BE}} = (10 - a)\text{cm}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}\triangle\text{ABC} &= \frac{1}{2} \times \overline{\text{IE}} \times (\overline{\text{AB}} + \overline{\text{BC}} + \overline{\text{AC}}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2)\text{이다.}\end{aligned}$$

18. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

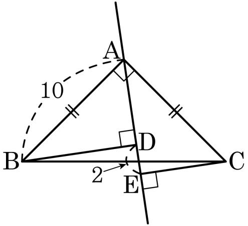
$\angle ABC=\angle ACB=\dfrac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

19. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AB} = 10$, $\overline{DE} = 2$ 일 때, $\overline{BD} - \overline{CE}$ 의 값은?



① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

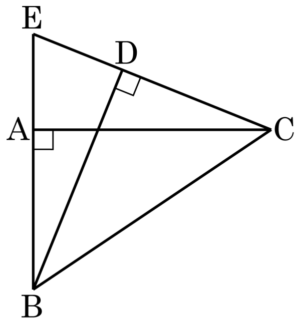
해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BD} = \overline{AE}$, $\overline{CE} = \overline{AD}$

$\therefore \overline{BD} - \overline{CE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 2$

20. 다음 그림에서 두 개의 삼각형 ABC 와 DBC 는 $\angle A = \angle D = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하고 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ACB = 34°$ 일 때, $\angle E$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 68 °

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DCB$ 에서 $\angle A = \angle D = 90°$,

$\overline{BC}$ 는 공통빗변, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)

$\angle ABC = 90° - 34° = 56°$, $\angle DBC = \angle ACB = 34°$

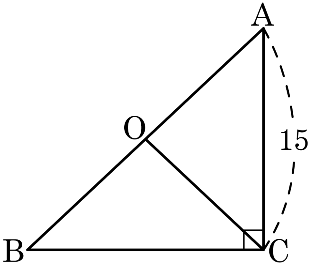
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 56° - 34° = 22°$

$\triangle EBD$ 에서

$\angle E + \angle ABD = 90°$

$\therefore\ \angle E = 90° - 22° = 68°$

21. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로

$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.

높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$$

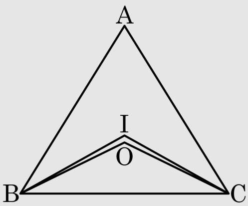
$\therefore x = 16$

22. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad°}$

▷ 정답 : $\underline{3°}$

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) \\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°) \\ &= 58°\end{aligned}$$

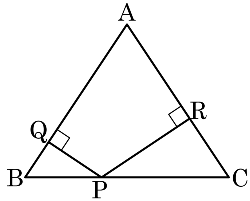
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \angle OCB \\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°) \\ &= 26° \cdots ㉠\end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

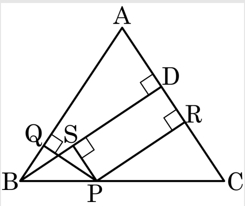
따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ}=3\text{cm}$, $\overline{PR}=5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리는?



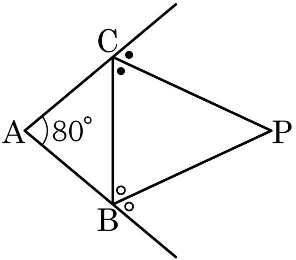
① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D
P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 S 라 하면
$\angle BQP = \angle BSP \cdots$ ㉠
$\overline{BP}$ 는 공통이다. $\cdots$ ㉡
$\angle BPS = \angle C$
$\therefore \angle QBP = \angle SPB \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢ 에 의하여
$\triangle QBP \equiv \triangle SPB$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{QP} = \overline{SB}\ \cdots$ ㉣
또, □SPRD 는 직사각형이므로
$\overline{PR} = \overline{SD}\ \cdots$ ㉤
㉣, ㉤ 에서 $\overline{QP} + \overline{PR} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{BD}$
$\therefore\ \overline{BD} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 P 라고 하고, $\angle BAC = 80°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?

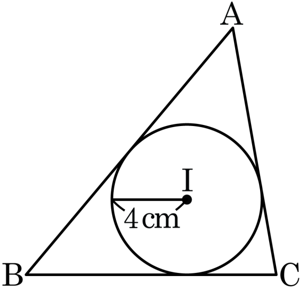


① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설

$$90° - \frac{80°}{2} = 50°$$

25. 다음 그림과 같은 삼각형 $\triangle ABC$ 의 넓이가 56cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \left(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}\right) = 56$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 28(\text{cm})$$