

1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $-\sqrt{a^2} = a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

④ $\sqrt{-a^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

해설

② $-\sqrt{a^2} = -a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $-a^2 < 0$ 이므로 $\sqrt{-a^2}$ 의 값은 없다.

2. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② $-6a$ ③ $6a$ ④ $-4a$ ⑤ $4a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2} &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-2a)^2} \\ &= -2a - (-2a) \\ &= -2a + 2a = 0\end{aligned}$$

3. $\sqrt{72n}$ 이 정수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 2$

해설

$\sqrt{72n} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times n}$ 에서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $n = 2$ 이다.

4. $\sqrt{30+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 4 ② 6 ③ 9 ④ 10 ⑤ 19

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 6$ 이다.

5. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① 1 ② $3\sqrt{7}$ ③ 4 ④ 21 ⑤ 49

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\therefore \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{21}}{3} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{\sqrt{21^2}}{21} = 1$$

6. 다음 보기 중 주어진 수를 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 바꾼 것이다. 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

㉡ $-\sqrt{200}=-2\sqrt{10}$

㉢ $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

㉣ $\sqrt{125}=5\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{72}=6\sqrt{3}$

㉥ $\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

㉦ $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

㉧ $-\sqrt{45}=-3\sqrt{5}$

① ㉠, ㉡, ㉤

② ㉠, ㉤, ㉦

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉦

해설

㉡ $-\sqrt{200}=-10\sqrt{2}$

㉣ $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉣, ㉥이다.

7. 다음 중 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?(단, 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

① $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

② $\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

④ $\sqrt{2} + 1$

⑤ $\sqrt{3} - 0.01$

해설

① 1 과 $\sqrt{3}$ 의 중점은 $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

$\therefore 1 < \frac{1 + \sqrt{3}}{2} < \sqrt{3}$

② $1 < 2 < 3$ 이므로 $1 < \sqrt{2} < \sqrt{3}$

③ $\sqrt{2}$ 가 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있으므로 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 가운데 수 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 은 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있다.

④ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $\sqrt{2} = 1.\times\times\times\cdots$

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} = 1.\triangle\triangle\triangle\cdots$

따라서, $\sqrt{2} + 1 = 2.\times\times\times\cdots$ 은 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

⑤ $1 < \sqrt{3} - 0.01 < \sqrt{3}$

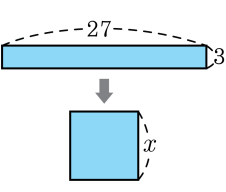
8. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① -7 의 제곱근은 없다.
- ② 3 의 제곱근은 2 개이다.
- ③ $\sqrt{16^2}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.
- ④ $(-5)^2$ 의 제곱근은 -5 이다.
- ⑤ 제곱근 4 는 2 이다.

해설

④ $((-5)^2$ 의 제곱근) = $(25$ 의 제곱근) = ± 5

9. 다음 그림과 같이 가로가 27이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$ 을 만족하여야 한다. 즉, 81의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81의 제곱근은 ± 9 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 9가 된다.

10. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\text{ cm}$, $\sqrt{11}\text{ cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① $-\sqrt{19}\text{ cm}$ ② $\sqrt{19}\text{ cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\text{ cm}$
④ -19 cm ⑤ 19 cm

해설

$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{11})^2 = 19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\text{cm})$ 이다.

11. $a < 5$ 일 때, $\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $-2a - 10$

② $-2a$

③ 0

④ $2a$

⑤ $2a + 10$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2} &= -(a-5) - (-a+5) \\ &= -a+5+a-5=0\end{aligned}$$

12. $\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되는 양의 정수 x 의 값들의 합은?

- ① 60 ② 116 ③ 155 ④ 197 ⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되기 위해서는,
 $54-x =$ 완전제곱수가 되어야 한다.
 $54-x = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$
 $\therefore x = 5 + 18 + 29 + 38 + 45 + 50 + 53 = 238$

13. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 2, 1, -\sqrt{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{3}$

▷ 정답 : $-\sqrt{2}$

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

▷ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 2$ 의 순서이다.

14. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $-\frac{1}{4}$

㉡ π

㉢ $0.\dot{2}$

㉣ $\sqrt{2}-1$

㉤ $\sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{2^4}$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$-\frac{1}{4}$, $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.

π , $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.

따라서 무리수는 3 개이다.

15. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 무리수이다.
- ㉢ $\sqrt{0.01}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

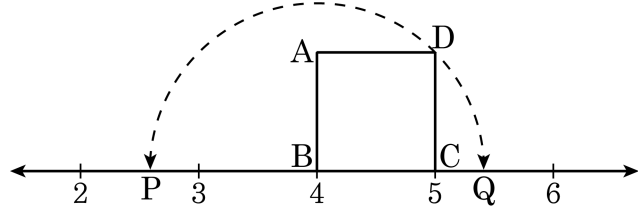
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.
- ㉢ $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

16. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 A(4) 에서 점 D(5) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a) , Q(b) 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하면?



- ① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2} + 2$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2} - 2$

해설

□ABCD 넓이는 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
 $\therefore P(4 - \sqrt{2})$, $Q(4 + \sqrt{2})$
 따라서 $b - a = 4 + \sqrt{2} - (4 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ 이다.

17. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ $3 > \sqrt{13}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$

$\therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면

(좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13$

$\therefore 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면

(좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

18. 다음 중 보기의 주어진 식의 대소 관계가 알맞은 것은?

$A = \sqrt{6} - 3, B = \sqrt{6} - \sqrt{5}, C = 3 - \sqrt{5}$

- ① $A > B$ ② $A > C$ ③ $B > C > A$
- ④ $C > A > B$ ⑤ $C > B > A$

해설

i) $\sqrt{6} - 3 - (\sqrt{6} - \sqrt{5}) = -3 + \sqrt{5}$
 $\hspace{10em} = -\sqrt{9} + \sqrt{5} < 0$

$\therefore A < B$

ii) $\sqrt{6} - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}) = \sqrt{6} - 3 = \sqrt{6} - \sqrt{9} < 0$

$\therefore B < C$

따라서 $C > B > A$

19. 다음 식을 간단히 한 것 중 값이 나머지 한 개와 다른 하나를 고르면?

$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad 10 \div \sqrt{10} \div \sqrt{5}$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}} \quad 4 \div \frac{1}{\sqrt{10}} \div 4\sqrt{5}$

$\textcircled{\tiny \text{㉢}} \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{1}{\sqrt{20}} \div \sqrt{6}$

$\textcircled{\tiny \text{㉣}} \quad \sqrt{3} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉤}} \quad \sqrt{9} \div \sqrt{75} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

- ①

㉠

②

㉣

③

㉡

④

㉤

⑤

㉢

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad & 10 \div \sqrt{10} \div \sqrt{5} \\ &= \frac{10}{\sqrt{10} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{50}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \text{㉣}} \quad & \sqrt{3} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \text{㉡}} \quad & 4 \div \frac{1}{\sqrt{10}} \div 4\sqrt{5} \\ &= \frac{4 \times \sqrt{10}}{4\sqrt{5}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \text{㉤}} \quad & \sqrt{9} \div \sqrt{75} \div \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{3}}{\sqrt{75}} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \text{㉢}} \quad & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{1}{\sqrt{20}} \div \sqrt{6} \\ &= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{20}}{\sqrt{5} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

20. 다음 유리화의 계산 과정이 옳지 않은 것을 구하여라.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{12}} \times 4\sqrt{6} \div \sqrt{3} \\ = & \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} \\ = & 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} \\ = & 4\sqrt{\frac{2}{3}} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} & = \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} (\text{O}) \\ & = 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} (\text{O}) \\ & = \frac{4\sqrt{6}}{3} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

21. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24}$ 를 a , b 로 나타내면?

① $6ab$

② $5ab$

③ $2a + 2b$

④ $3a + 2b$

⑤ $3a + 3b$

해설

$$\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

$$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3} \text{ 에서 } ab = \sqrt{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5\sqrt{6} = 5ab$$

22. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{24} > 5$

② $\sqrt{10} < 3$

③ $-\sqrt{19} > -4$

④ $\frac{1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $\sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

해설

$a - b > 0$ 일 때, $a > b \rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

$a - b > 0 \rightarrow a > b,$

$a - b = 0 \rightarrow a = b,$

$a - b < 0 \rightarrow a < b$

① 양변을 제곱하면 $24 < 25$

$\therefore \sqrt{24} < 5$

② 양변을 제곱하면 $10 > 9$

$\therefore \sqrt{10} > 3$

③ $-19 < -16$ 이므로

$\therefore -\sqrt{19} < -4$

④ 양변을 제곱하면 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $(\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

※ 양변에 -2 가 공통으로 들어있기 때문에 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 대소만을 비교해서 판단해도 된다.

23. $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $2(a - \sqrt{6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$a = \sqrt{6} - 2$$

$$2(a - \sqrt{6}) = 2(\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6}) = -4$$

24. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

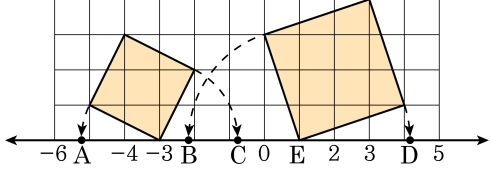
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & -2 < x < 3 \text{ 일 때,} \\ & \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x| \\ & = x+2+x-3+6-2x=5 \end{aligned}$$

25. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b+d)-(a+c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

(1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$
 $\therefore a = -3 - \sqrt{5}, c = -3 + \sqrt{5}$
(2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$
 $\therefore b = 1 - \sqrt{10}, d = 1 + \sqrt{10}$
 $\therefore b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$
 $\therefore a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$
따라서 $(b + d) - (a + c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.