

1. 두 점 $A(-3, 1)$, $B(2, 5)$ 사이의 거리는?

① 5

② $4\sqrt{2}$

③ 6

④ $\sqrt{41}$

⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

2. 길이가 36 인 선분 AB 를 3 : 1 로 내분하는 점을 C, 선분 BC 를 4 : 1 로 외분하는 점을 D 라고 할 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

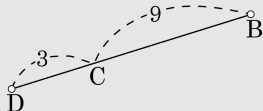
해설

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 1$ 이므로 $\overline{AC} = 27, \overline{CB} = 9$ 이다.

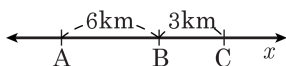
$\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 1$ 이므로 $\overline{BC} : \overline{CD} = (4 - 1) : 1 = 3 : 1$

따라서 $\overline{BC} = 9, \overline{CD} = 3$ 이다.

그러므로 $\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{CD} = 27 - 3 = 24$ 이다.



3. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는



6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?

① 6 km

② 9 km

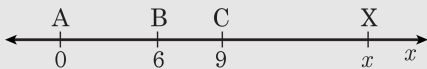
③ 12 km

④ 15 km

⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)

A 마을과 X마을 사이의 거리는

C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로

$$|x - 0| = 2|x - 9|$$

$$\text{곧, } |x| = 2|x - 9|$$

$$\therefore 2(x - 9) = \pm x$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = 18$$

여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.

따라서 $x = 18$

이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

4. 두 점 $A(-1, 4), B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$P = (a, 0)$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9, a = 2$$

$$\therefore P = (2, 0)$$

$$a + b = 2$$

5. 두 점 A(1, 2), B(-3, 0)로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -2x + 1$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = -x + 2$

해설

구하는 점을 $P(x, y)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱해서 정리하면

$$-8x - 4y - 4 = 0, -4y = 8x + 4$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

해설

두 점으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분선이다.

$\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

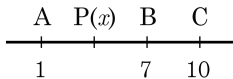
$\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고

$\overline{AB}$ 의 중점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

$$\therefore y - 1 = -2(x + 1)$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

6. 수직선 위의 세 점 A(1), B(7), C(10) 과 동점 P(x) 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 이 최소가 되는 점 P 의 좌표를 구하면?



- ① P(5) ② P(6) ③ P(7) ④ P(8) ⑤ P(9)

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (x-1)^2 + (x-7)^2 + (x-10)^2 \\ &= 3(x-6)^2 + 42 \end{aligned}$$

따라서, $x=6$ 일 때 최소가 된다.

7. 좌표평면 위의 두 점 $A(7, 4)$, $B(8, 6)$ 과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값을 최소가 되게 하는 점 P 의 x 좌표를 a 라 할 때, $5a$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$A(7, 4)$ 를 $y = x$ 에 대칭이동한 점 $C(4, 7)$ 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 가 최소인 점 P 는

선분 BC 와 직선 $y = x$ 의 교점이다.

$$y = -\frac{1}{4}x + 8 \text{와 } y = x \text{의 교점은 } \left(\frac{32}{5}, \frac{32}{5}\right)$$

$$\therefore 5a = 32$$

8. 네 점 $A(-2, 3)$, $B(3, a)$, $C(b, 4)$, $D(2, 8)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\square ABCD$ 가 마름모가 되도록 하는 a, b 의 합을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$\square ABCD$ 가 마름모이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

따라서 점 D 는 점 A 를 x 축 방향으로 4만큼
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로
점 C 도 점 B 를 x 축 방향으로 4만큼
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore (3 + 4, a + 5) = (b, 4)$$

$$\therefore a = -1, b = 7$$

$$\therefore a + b = 6$$