

1. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.

2. 다음 연립부등식 중 해가 존재하는 경우를 모두 골라라.

$$\textcircled{㉠} \begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{㉡} \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{㉢} \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{㉣} \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{㉤} \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

▶ 답:

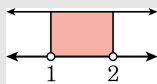
▶ 답:

▶ 정답: ㉠

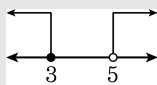
▶ 정답: ㉤

해설

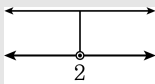
$$\textcircled{㉠} \begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$$



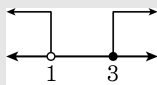
$$\textcircled{㉡} \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



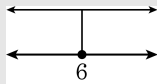
$$\textcircled{㉢} \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$$



$$\textcircled{㉣} \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$



$$\textcircled{㉤} \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$$



3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 1 \geq x + 3 \\ x + 3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 3x - 1 \geq x + 3 \\ x + 3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a - 3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $a - 3 \leq 2$

$$\therefore a \leq 5$$

a 의 최댓값은 5 이다.

4. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때

$$-(x - 1) - (x + 2) < 9$$

$$-x + 1 - x - 2 < 9, x > -5$$

$$\therefore -5 < x < 2$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$-(x + 1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$$

$0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

(iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$(x - 1) + (x + 2) < 9, x < 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 4$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$

따라서 정수는 8개

5. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

6. 실수 a 는 $0 < a < \frac{1}{2}$ 을 만족할 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하시오.

① 0

② 1

③ $\frac{1}{a}$

④ $\frac{1}{1-a}$

⑤ $\frac{a}{1+a}$

해설

주어진 a 값의 범위를 이용하여 보기식의 값의 범위를 알아낸다.

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{\frac{1}{2}} < \frac{1}{a} < \frac{1}{0}, \quad 2 < \frac{1}{a}$$

$$\textcircled{4} \quad -\frac{1}{2} < -a < 0, \quad \frac{1}{2} < 1-a < 1$$

$$1 < \frac{1}{1-a} < 2$$

$$\textcircled{5} (\text{주어진 식}) = \frac{1+a-1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+a} \text{에서}$$

$$1 < 1+a < \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} < \frac{1}{1+a} < 1$$

$$0 < 1 - \frac{1}{1+a} < \frac{1}{3}$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 8x - 5 \leq 10 \\ 2(1 + 3x) < 3x + 8 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$8x - 5 \leq 10, x \leq \frac{15}{8}$$

$$2(1 + 3x) < 3x + 8$$

$$2 + 6x < 3x + 8, x < 2$$

따라서, 해는 $x \leq \frac{15}{8}$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 1 밖에 없다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x + 1 \geq \frac{1}{2}x - 4 \\ 4x - 4 < x + 2 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 작은

정수를 a , 가장 큰 정수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3x + 1 \geq \frac{1}{2}x - 4 \text{ 의 양변에 } 2 \text{ 를 곱하면}$$

$$6x + 2 \geq x - 8$$

$$5x \geq -10$$

$$x \geq -2$$

$$4x - x < 2 + 4$$

$$3x < 6, \quad x < 2$$

$$\text{그러므로 } -2 \leq x < 2$$

$$a + b = (-2) + 1 = -1$$

9. 연립부등식 $5x - 5 \leq 7x - 1 < 10x + 2$ 을 풀면?

① $x < -3$

② $x > -3$

③ $x < -1$

④ $x > -1$

⑤ $x < 3$

해설

$$5x - 5 \leq 7x - 1 < 10x + 2 \text{에서}$$

$$5x - 5 \leq 7x - 1 \text{이고, } 7x - 1 < 10x + 2$$

$$5x - 5 \leq 7x - 1, x \geq -2$$

$$7x - 1 < 10x + 2, x > -1$$

$$\therefore x > -1$$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 4 < a \\ x + 7 > 5 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{cases} 2x + 4 < a \\ x + 7 > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{a-4}{2} \\ x > -2 \end{cases}$$

$$-2 < x < \frac{a-4}{2}$$

$$\frac{a-4}{2} = 6, a-4 = 12$$

$$\therefore a = 16$$

11. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

12. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$ ⑤ 모든 실수

13. $abc < 0$, $\frac{a-b}{c} > 0$ 인 세 실수 a, b, c 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $c > 0$ 이면 $a > b$ 이다.

② $a > 0$ 이면 $c < 0$ 이다.

③ $a > b$ 이면 $b < 0$ 이다.

④ $a > b$ 이면 $a > 0$ 이다.

⑤ $a < b$ 이면 $ab > 0$ 이다.

해설

① $c > 0$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $a-b > 0$ 즉, $a > b$

② $a > 0$ 이면, $b < 0, c > 0$ 일 때도 두 부등식이 성립하므로 $c < 0$ 라고 말할 수 없다.

③, ④ $a > b$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $c > 0$ 이므로 $ab < 0$ 이다.

따라서, $a > b, ab < 0$ 에서 $a > 0, b < 0$ 이다.

⑤ $a < b$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $c < 0$ 이다.

따라서, $ab > 0$

14. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

15. 연속하는 세 자연수의 합이 66 보다 크고 70 보다 작을 때, 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 로 각각 두면

$$66 < (x-1) + x + (x+1) < 70$$

$$66 < 3x < 70$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 66 < 3x \\ 3x < 70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 22 \\ x < \frac{70}{3} \end{cases}$$

따라서 $x = 23$ 이므로 세 수는 22, 23, 24 이다.

16. 민수는 각각 a , $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+4 < a+(a+2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

17. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$5(x - 5) + 1 \leq 4x + 9 \leq 5(x - 5) + 5$$

$$5x - 24 \leq 4x + 9 \leq 5x - 20$$

$$x \leq 33, x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

18. 부등식 $|x+1|+|x-2|<5$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$|x+1|+|x-2|<5$$

구간을 나누어 부등식을 풀어보면

i) $x < -1$ 일 때

$$-x-1-x+2<5$$

$$x>-2$$

$\therefore -2 < x < -1$: 정수 없음

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때

$$x+1-x+2<5$$

$2 < 5$: 항상 성립

$\therefore -1 \leq x < 2$: 정수 $-1, 0, 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$x+1+x-2<5$$

$$x<3$$

$\therefore 2 \leq x < 3$: 정수 2

만족하는 정수 $-1, 0, 1, 2$ 이므로 4개

19. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$$\therefore x < -1$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$$\therefore 2x < 2$$

$$\therefore x < 1$$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

20. $|x - a| < 2$ 가 $-3 \leq x < 2$ 에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a 의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

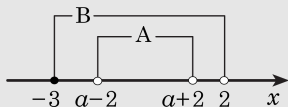
④ 1

⑤ 2

해설

$$|x - a| < 2 \Leftrightarrow -2 < x - a < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$

다음 그림에서



$$-3 \leq a - 2, a + 2 \leq 2$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 0$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a 의 값은 -1, 0이고, 그 합은 -1이다.

21. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

22. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $kx^2 + 2x + k < 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는? (단, $k \neq 0$)

① $k < -1$

② $k < 1$

③ $-1 < k < 0$

④ $k < -1$ 또는 $k > 0$

⑤ $-1 < k < 1$

해설

모든 실수 x 에 대하여 주어진 이차부등식이 성립하려면 이차함수 $y = kx^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.

즉, 이차함수 $y = kx^2 + 2x + k$ 의 그래프가 위로 볼록하고 이차방정식 $kx^2 + 2x + k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$k < 0 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$\frac{D}{4} = 1^2 - k \cdot k < 0$$

$$k^2 - 1 > 0$$

$$(k+1)(k-1) > 0$$

$$\therefore k < -1 \text{ 또는 } k > 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡의 공통 부분을 구하면 $k < -1$

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + (a^2 - 5a - 6)x - a + 1 = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a 의 값을 모두 더하면?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) < 0

양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로

(두 근의 곱) < 0 이므로

$$-a + 1 < 0 \quad \therefore a > 1 \cdots \textcircled{1}$$

(두 근의 합) ≥ 0 이므로

$$-(a^2 - 5a - 6) \geq 0$$

$$a^2 - 5a - 6 \leq 0$$

$$(a - 6)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $a = 2, 3, 4, 5, 6$

$$\therefore 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

24. 부등식 $x(x-1) < (x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는?

① $0 < x < 1$

② $x < 1$

③ $0 < x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $1 < x < 3$

해설

i) $x(x-1) < (x-1)(x-2)$

$\Rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1$

ii) $(x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$

$\Rightarrow 2x < 4$

$\Rightarrow x < 2$

i) 과 ii) 의 공통부분을 구하면

$\Rightarrow x < 1$

25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \leq 0 \\ (x+k)(x-1) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되도록 실수

k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 1$

② $k \geq 1$

③ $k < -1$

④ $k > -1$

⑤ $k \geq -1$

해설

$$x^2 - 5x - 6 \leq 0,$$

$$(x-6)(x+1) \leq 0,$$

$$-1 \leq x \leq 6$$

연립방정식의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되려면

$(x+k)(x-1) > 0$ 의 해는 $x > 1$, $x < -k$ 이어야 하고

다음 그림에서 k 의 범위는 $-k \leq -1$, $k \geq 1$

