1. 두 자연수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 2^2 ② 2×5 ③ 5

④ $2^2 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$

해설

⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$ 은 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 최소공배수이다.

2. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r|lll} 4 & 108 & 120 & 96 \\ \hline 3 & 27 & 30 & 24 \\ \hline & 9 & 10 & 8 \end{array}$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 12$ (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

3. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm ④ 12 cm ⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$

4. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 12, 126 ② 14, 42 ③ 6, 126

④ 18, 42 ⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$)라 하면

$$6\overline{)\,A \quad B}$$
$$\quad\;\; a \quad b$$

최소공배수 $126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 21$ ($a < b$, a, b 는 서로소)

$\therefore\ (a,\ b) = (1,\ 21),\ (3,\ 7)$

따라서 $A = 6$, $B = 126$ 또는 $A = 18$, $b = 42$

5. 네 정수 $-4, -2, 2, 4$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값 중 가장 큰 수에서 가장 작은 수를 뺀 값은?

① -32 ② 32 ③ -64 ④ 64 ⑤ 128

해설

가장 큰 수는 $(-4) \times (-2) \times 4 = 32$
가장 작은 수는 $(-4) \times 2 \times 4 = -32$
$\therefore 32 - (-32) = 64$

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\frac{1}{-3^2}=\left(\frac{1}{-3}\right)^2$　② $-\frac{1}{3^2}=-\left(\frac{1}{3}\right)^2$

③ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{(-3)^3}$　④ $-\left(-\frac{1}{3}\right)^3=\left(\frac{1}{-3}\right)^3$

⑤ $-\left(\frac{1}{3}\right)^3=-\frac{1}{3^3}$

해설

① $\frac{1}{-3^2}=\frac{1}{-9}$, $\left(\frac{1}{-3}\right)^2=\frac{1}{9}$

② $-\frac{1}{3^2}=\frac{1}{-9}=-\frac{1}{9}$, $-\left(\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{9}$

③ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\frac{1}{27}$, $\frac{1}{(-3)^3}=\frac{1}{-27}=-\frac{1}{27}$

④ $-\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\left(-\frac{1}{27}\right)=\frac{1}{27}$, $\left(\frac{1}{-3}\right)^3=\frac{1}{-27}=-\frac{1}{27}$

⑤ $-\left(\frac{1}{3}\right)^3=-\frac{1}{27}$, $-\frac{1}{3^3}=-\frac{1}{27}$

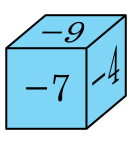
7. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(-90) \div (+15)$
② $(+36) \div (-6)$
③ $(-96) \div (+6)$
④ $(+126) \div (-21)$
⑤ $(+78) \div (-13)$

해설

① $(-90) \div (+15) = -6$
② $(+36) \div (-6) = -6$
③ $(-96) \div (+6) = -16$
④ $(+126) \div (-21) = -6$
⑤ $(+78) \div (-13) = -6$

8. 다음 그림의 정육면체에서 마주 보는 면에 있는 두 정수의 합은 0이다. 이때, 보이지 않는 세 면에 있는 수의 곱을 A 라 할 때, | A | 의 값은?



① 20 ② 68 ③ 120 ④ 144 ⑤ 252

해설

마주 보는 두 면의 수의 합은 0이므로 −9와 마주 보는 면의 수는 9, −4와 마주 보는 면의 수는 4, 7과 마주 보는 면의 수는 −7 이다.
따라서 세 수의 곱은 $9 \times 4 \times (-7) = -252$ 이므로 | A |= 252 이다.

9. 어떤 x 에 대한 일차식에서 $4x-3$ 를 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 $11x+5$ 가 되었다. 처음 식에서 $4x-3$ 을 더하여 옳게 계산한 식을 구하면?

① $x-7$ ② $19x+5$ ③ $15x+8$

④ $19x-1$ ⑤ $3x+11$

해설

어떤 x 에 대한 일차식을 A 라 하면,
$A-(4x-3)=11x+5$
$A=11x+5+(4x-3)=15x+2$
따라서 옳게 계산한 결과는
$A+(4x-3)=(15x+2)+(4x-3)=19x-1$
$\therefore\ 19x-1$

10. 어떤 x 에 대한 일차식에 $3x+4$ 를 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $5x+5$ 가 되었다. 옳게 계산한 식은?

① $x-3$ ② $-x+3$ ③ $-x-3$

④ $x+3$ ⑤ x

해설

x 에 대한 일차식을 A 라 하면,
$A+(3x+4)=5x+5$
$A=5x+5-(3x+4)=5x+5-3x-4=2x+1$
따라서 올바른 계산은 $(2x+1)-(3x+4)=-x-3$

11. 다음 중 정비례 관계 $y = ax(a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 원점을 지나는 직선이다.

② $a > 0$ 이면 x 가 증가시 y 는 감소한다.

③ $a < 0$ 이면 제 $2, 4$ 사분면을 지난다.

④ $a > 0$ 이고, x 가 자연수 전체이면 그래프가 제 1 사분면에만 그려진다.

⑤ $x = 2$ 이고 $y = 1$ 이면 a 값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

해설

② 정비례 관계에서 $a > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

12. y는 x에 반비례하고 $x=4$ 일 때, $y=2$이다. $x=2$ 일 때, y 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

반비례 관계식은 $y=\frac{a}{x}$ 이므로

$2=\frac{a}{4}$, $a=8$

$\therefore y=\frac{8}{x}$

따라서 $x=2$ 일 때 $y=4$

13. $|x| \le 8$인 서로 다른 세 정수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여

$$ab < 0,\ bc < 0,\ a > b$$

를 만족하는 $a \times c$ 의 값 중 가장 큰 것을 구한 것은?

① 20 ② 28 ③ 42 ④ 56 ⑤ 70

해설

$|x| \le 8$을 만족하는 정수는
$-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.
$ab < 0$ 이므로 $a \neq 0,\ b \neq 0$ 이고 $a < 0,\ b > 0$ 또는 $a > 0,\ b < 0$ 이다.
$bc < 0$ 이므로 $b \neq 0,\ c \neq 0$ 이고 $b < 0,\ c > 0$ 또는 $b > 0,\ c < 0$ 이다.
$a > b$ 이므로 $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$ 이 성립함을 알 수 있다.
따라서 가장 큰 $a \times c$ 의 값은 $a \times c = 8 \times 7 = 56$ 이다.

14. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a| = 3, |b| = 9$ 일 때, $a - b$ 의 값 중 가장 큰 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12 또는 +12

해설

$|a| = 3$ 이므로 $a = +3$ 또는 $a = -3$ 이다.
$|b| = 9$ 이므로 $b = +9$ 또는 $b = -9$ 이다.
따라서 $a - b$ 의 값은 $a = +3, b = +9$ 일 때, $(+3) - (+9) = (+3) + (-9) = -6$ 이고
$a = +3, b = -9$ 일 때, $(+3) - (-9) = (+3) + (+9) = +12$ 이고
$a = -3, b = +9$ 일 때, $(-3) - (+9) = (-3) + (-9) = -12$ 이고
$a = (-3) - (-9) = (-3) + (+9) = +6$ 이다.
따라서 가장 큰 값은 +12이다.

15. 영민이 반 친구들 중에 야구방망이를 가지고 있는 학생은 전체의 $\frac{5}{7}$, 야구글러브가 있는 학생은 전체의 $\frac{4}{7}$, 방망이와 글러브가 모두 있는 학생은 야구방망이가 있는 학생 수의 $\frac{3}{5}$ 이라고 한다. 두 가지 모두 다 없는 학생이 5 명이라면, 영민이 반 전체 학생 수는?

① 30 명 ② 32 명 ③ 35 명 ④ 40 명 ⑤ 42 명

해설

전체 학생 수를 x 명이라 하면

$\frac{5}{7}x + \frac{4}{7}x - \frac{5}{7}x \times \frac{3}{5} + 5 = x$

$\frac{9}{7}x - \frac{3}{7}x + 5 = x$

$6x + 35 = 7x$

$\therefore\ x = 35$

16. 물통 속에 길이 20cm 인 초가 1 초에 4mm 씩 타들어 가고 물통엔 물이 매분 6cm 씩 높아지고 있다. 불이 꺼지는 순간 초의 길이는?

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

x 초 후에 초가 꺼진다고 하면 x 초 후의 초의 길이는 $(20-0.4x)$cm 이고 x 초 후에 물의 높이는 $0.1x$ cm 이다.
물의 높이와 초의 길이가 같아지는 순간 초가 꺼진다.
$20 - 0.4x = 0.1x$
$x = 40$
즉, 40 초 후에 초가 꺼지고 그 때 초의 길이는 4 cm 이다.

17. 길이가 120 km인 고속도로를 시속 80 km로 달리다가 차량이 증가하여 어느 지점부터는 시속 60 km로 달려서 고속도로를 빠져 나오는 데 총 1시간 40 분이 걸렸다. 이 때, 시속 60 km로 달린 시간을 구하여라.

▶ 답 : 분

▷ 정답 : 40분

해설

시속 60 km로 달린 시간을 x 시간이라 하면 시속 80 km로 달린 시간은 $\left(\frac{5}{3}-x\right)$ 시간이다.

총 달린 거리는 120 km 이므로, 거리를 기준으로 방정식을 세우면 다음과 같다.

$80\left(\frac{5}{3}-x\right)+60x=120$

$\frac{400}{3}-80x+60x=120$

$-20x=-\frac{40}{3}$

$\therefore\ x=\frac{2}{3}$

따라서 시속 60 km로 달린 시간은 $\frac{2}{3}\times 60=40$ (분)이다.

18. 어느 날 정오에 운동장을 보니, 수직으로 세워 놓은 30 cm 막대의 그림자의 길이가 20 cm 였다. 같은 시각에 운동장에 세워 놓은 막대의 길이 x cm 와 그 그림자의 길이 y cm 사이의 관계식을 구하여라.

▶ 답 :

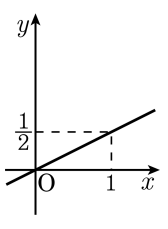
▷ 정답 : $y = \frac{2}{3}x$

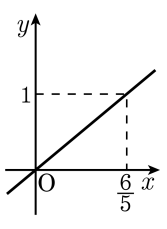
해설

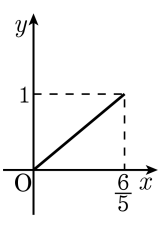
정비례 관계이므로 $y = ax$ 에
x, y 값을 각각 대입하여 식을 구한다.

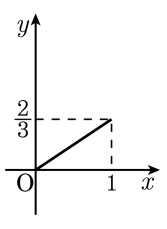
$y = ax$
$20 = a \times 30$
$a = \frac{2}{3}$
$y = \frac{2}{3}x$

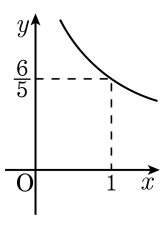
19. 영희와 철수가 벽면에 페인트를 칠하고 있다. 영희 혼자 칠하면 3시간이 걸리고, 철수 혼자 칠하면 2시간이 걸린다고 한다. 전체 벽면에 대하여 영희와 철수가 함께 x시간 동안 칠한 부분의 비를 y라고 한다. x와 y사이의 관계를 식으로 나타낼 때, 이 식의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

전체 일의 양을 1이라 하고 영희와 철수가 1시간에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$이다.

x시간 동안 두 사람이 찰한 양은

$x\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=y$

$y=\frac{5}{6}x$

그런데 칠한 부분의 비는 $\frac{6}{5}$시간동안 칠했을 때 1로 일정하므로

③이 $y=\frac{5}{6}x$의 그래프이다.

20. $\frac{x+2y}{2}=\frac{2x+y}{3}$ 일 때, $\frac{x}{x+2y}-\frac{2y}{x-2y}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

해설

$\frac{x+2y}{2}=\frac{2x+y}{3}$

$3x+6y=4x+2y$

$\therefore x=4y$

$\therefore \frac{x}{x+2y}-\frac{2y}{x-2y}=\frac{4y}{6y}-\frac{2y}{2y}=-\frac{1}{3}$