

1. 등식 ${}_9P_5 = {}_9C_4 \times k!$ 을 만족하는 자연수 k 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} {}_9P_5 &= {}_9C_5 \times 5! = {}_9C_4 \times 5! \\ \therefore k &= 5 \end{aligned}$$

2. 다음 등식 중 옳지 않은 것은?

- ① ${}_nC_0 = {}_nC_n$

② ${}_nP_r = {}_nC_r \times r!$
- ③ ${}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1} = {}_nC_r$

④ ${}_{n+1}C_r = {}_{n+1}C_{n-r}$
- ⑤ ${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

해설

④ ${}_{n+1}C_r = {}_{n+1}C_{n+1-r}$ (거짓)

3. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{n+2}C_4 = 11 {}_nC_2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$${}_{n+2}C_4 = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1},$$

$${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \text{ 이므로 조건식은}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 11 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}$$

$n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$(n+2)(n+1) = 12 \cdot 11$$

$$\therefore (n-10)(n+13) = 0$$

$$n+13 \neq 0 \text{ 이므로 } n-10 = 0$$

$$\therefore n = 10$$

4. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$ 에서
 $n+2 = 2n+2$ 일 때 : $n = 0$
 $n+2 = 10 - (2n+2)$ 일 때 : $3n = 6, n = 2$
 $\therefore n = 0$ or 2

5. ${}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2$ 의 값과 같은 것은?

- ① ${}_{11}C_6$ ② ${}_{11}C_7$ ③ ${}_{11}C_8$ ④ ${}_{11}C_9$ ⑤ ${}_{11}C_{10}$

해설

$$\begin{aligned} &{}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r, \quad {}_2C_2 = {}_3C_3 \text{ 이므로} \\ &{}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2 \\ &= {}_4C_3 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2 \\ &= {}_5C_3 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2 \cdots = {}_{11}C_3 = {}_{11}C_8 \end{aligned}$$

6. 경찰관 7 명과 소방관 5 명 중에서 3 명을 뽑을 때, 3 명의 직업이 같은 경우는 몇 가지인가?

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

경찰관만 뽑힐 경우와 소방관만 뽑힐 경우를 더한다.

$$\therefore {}_7C_3 + {}_5C_3 = 45$$

7. 세 자리의 정수 100, 101, 102, $\dots$, 999 중에서 세 숫자가 증가 또는 감소하는 순으로 이루어진 수의 개수는? (예를 들면 158, 953 과 같은 수를 말한다.)

① 120 ② 168 ③ 204 ④ 216 ⑤ 240

해설

0 을 포함하여 3 개를 뽑으면 감소하는 세 숫자이고, 0 을 제외하고 3 개를 뽑으면 증가하는 세 숫자이다. ($\therefore$ 100 의 자리에 0 이 올 수 없으므로)

$$\therefore {}_{10}C_3 + {}_9C_3 = 120 + 84 = 204$$

8. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>S</i>
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원은 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

- ① 30
- ② 45
- ③ 60
- ④ 90
- ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{ (가지)}$$

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (가지)}$$

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (가지)

9. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

10. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 20가지

해설

${}_6C_3 = 20$

11. 집합 S_1, S_2, S_3 은 다음과 같다.

$$S_1 = \{1, 2\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

집합 S_1 에서 한 개의 원소를 선택하여 백의 자리의 수, 집합 S_2 에서 한 개의 원소를 선택하여 십의 자리의 수, 집합 S_3 에서 한 개의 원소를 선택하여 일의 자리의 수로 하는 세 자리의 수를 만들 때, 각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 개수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 수를 만들려면 백의 자리에는 집합 S_1 의 원소 2 개 중 하나를 선택하고 십의 자리에는 집합 S_2 의 원소 중 백의 자리에서 사용한 수를 제외한 3개의 수 중 하나를 선택한다.

마찬가지로 일의 자리에는 집합 S_3 의 원소 중 백의 자리와 십의 자리에서 사용한 수를 제외한 4 개의 수 중 하나를 선택한다.

따라서, 구하는 세 자리의 수의 개수는

$${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 24$$

12. 남자 6명, 여자 6명의 모임에서 4명의 대표를 뽑을 때, 남자와 여자를 적어도 1명씩 뽑는 방법의 수는?

① 455 ② 465 ③ 475 ④ 485 ⑤ 495

해설

전체의 경우의 수에서 남자만 뽑거나, 여자만 뽑는 경우를 빼준다. ${}_{12}C_4 - ({}_6C_4 + {}_6C_4) = 465$

13. 1부터 45까지의 서로 다른 숫자가 각각 적힌 45개의 공 중에서 6개의 공을 뽑을 때, 3 이하의 숫자가 적힌 공이 적어도 1개 이상 나오는 방법의 수는?

① ${}_{45}C_6$

② ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_3$

③ ${}_{42}C_6$

④ ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$

⑤ ${}_{45}C_6 + {}_{42}C_3$

해설

전체의 경우에서 3 보다 큰 숫자 중 6 개의 공을 뽑는 경우를 빼준다.

$\therefore {}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$

14. 남학생 4명과 여학생 6명 중에서 4명을 뽑을 때, 남학생과 여학생이 적어도 1명씩 포함되는 경우는 몇 가지인가?

① 105 ② 194 ③ 195 ④ 209 ⑤ 210

해설

전체 경우의 수에서 남학생만 뽑는 경우와 여학생만 뽑게 되는 경우의 수를 뺀다.

$${}_{10}C_4 - {}_4C_4 - {}_6C_4 = 194$$

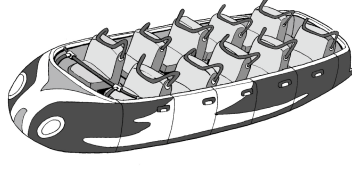
15. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.
 $\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$

16. 남학생 2명과 여학생 2명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2 개의 의자가 있고 모두 5 줄로 되어 있다. 남학생 1명과 여학생 1명이 짝을 지어 2명씩 같은 줄에 앉을 때, 4명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80 가지

해설

남학생을 A, B 라 하고, 여학생을 a, b 라 하면
짝을 이루는 방법은 $(Aa, Bb), (Ab, Ba)$ 두 가지가
있다. 이때, 5 줄 중 2 줄에 앉아야 하고 각 줄에서
남학생과 여학생이 자리를 바꿀 수 있으므로
 $2 \times {}_5C_2 \times 2 \times 2 = 80$

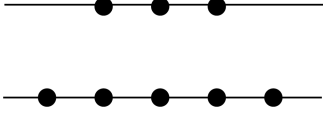
17. 집합 $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 있을 때, $f : X \rightarrow Y$ 중에서 $f(1) \neq 1$ 인 것은 모두 몇 가지인가?

① 24 ② 30 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$f(1) \neq 1$ 이므로 $f(1)$ 은 2, 3, 4 중 하나의 값을 갖는다. $f(2), f(3)$ 은 1, 2, 3, 4 중 중복을 허락하여 하나의 값을 갖는다.
 $\therefore 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$

18. 그림과 같이 두 평행선 위에 8개의 점이 있다. 주어진 점을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?



- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

윗줄의 점 3 개 중 하나를 선택하고 아래줄
5 개 점 중 하나를 선택하여 직선을 만든다.
 $\Rightarrow {}_3C_1 \times {}_5C_1 = 15$
윗줄, 아래줄 모두 직선이 하나씩 있다.
 $\therefore 15 + 1 + 1 = 17$

19. 대각선의 개수가 44인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

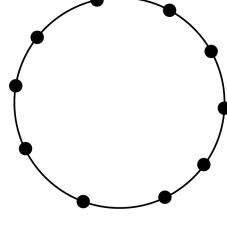
n 각형의 대각선 개수 : ${}_nC_2 - n = 44$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44$$

$$\Rightarrow n = 11$$

따라서 꼭짓점의 개수 : 11

20. 다음 그림과 같이 원주 위에 10 개의 점이 있다. 이 중에서 2 개의 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수를 l , 3 개의 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 m , 4 개의 점을 이어서 만들 수 있는 사각형의 개수를 n 이라 할 때, $l + m + n$ 의 값은?



- ① 315 ② 330 ③ 345 ④ 360 ⑤ 375

해설

원주 위의 10 개의 점은 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않으므로,

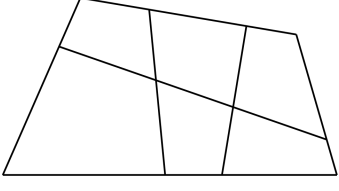
$$l = {}_{10}C_2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

$$m = {}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

$$n = {}_{10}C_4 = \frac{10!}{4!6!} = 210$$

$$\therefore l + m + n = 375$$

21. 아래 그림과 같이 가로로 3개의 선분과 세로로 4개의 선분이 만나고 있다. 만들 수 있는 사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

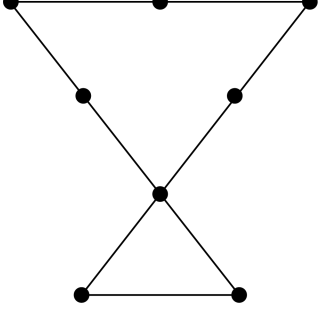
▷ 정답 : 18 개

해설

3개의 가로선 중 2개를 택하고, 4개의 세로선 중 2개를 택하면 사각형이 결정된다.
따라서 구하는 사각형의 개수는

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 3 \times 6 = 18$$

22. 그림과 같이 삼각형의 두 변을 연장하여 또 다른 삼각형을 만들었다. 이 도형 위에 있는 8개의 점 중에서 3개의 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



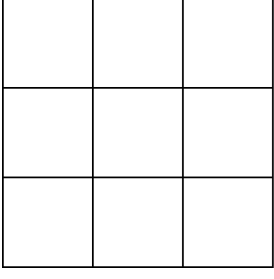
- ① 36
- ② 47
- ③ 54
- ④ 66
- ⑤ 75

해설

8개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우에서 직선위의 점 중 3개를 선택하는 경우를 빼준다.

$$\Rightarrow {}_8C_3 - ({}_4C_3 + {}_4C_3 + {}_3C_3) = 47$$

23. 다음 그림과 같이 가로선과 세로선이 같은 간격을 이루며 수직으로 만난다. 이들로 이루어지는 정사각형이 아닌 직사각형은 몇 개인가?



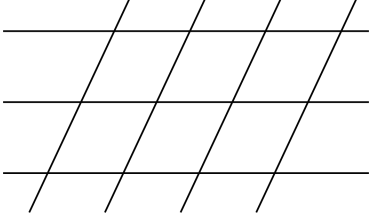
- ① 16 개 ② 20 개 ③ 22 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

만들 수 있는 사각형 전체에서 정사각형의 개수를 뺀다.

${}_4C_2 \times {}_4C_2 - (9 + 4 + 1) = 22$

24. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

25. 15 명의 학생을 4 명, 5 명, 6 명의 3 조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

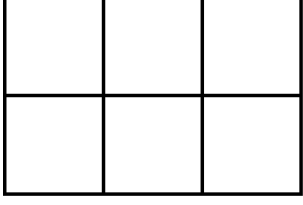
▶ 답: 가지

▷ 정답 : 630630까지

해설

$${}_{15}C_4 \times {}_{11}C_5 \times {}_6C_6 = 630630$$

26. 다음 그림과 같은 6 개의 빈칸에 $2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ 의 6 개의 수를 하나씩 써넣으려고 한다. 1 열, 2 열, 3 열의 숫자들의 합을 각각 a_1, a_2, a_3 라 할 때, $a_1 < a_2 < a_3$ 이 되도록 빈 칸을 채우는 경우의 수는?



- ① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

해설

$2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ 중 어느 두 수의 합도 서로 다르다.
따라서, 구하는 경우의 수는 6 개에서 2 개, 2 개, 2 개의 3 개조를 만든 다음 2 개의 수의 자리를 바꾸게 되므로

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 2^3 = 120$$

27. 남학생 7명, 여학생 2명이 3명씩 세 개의 조로 나누어 게임을 하려고 한다. 여학생 2명이 같은 조에 속하는 방법의 수는? (단, 조의 구분은 없다.)

① 60 ② 70 ③ 120 ④ 140 ⑤ 210

해설

남학생 7명 중 한 명이 여학생 2명과 한 조를 이루면 되므로 구하는 방법의 수는 남학생 7명을 3명, 3명, 1명으로 나누는 방법의 수와 같다.

$${}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} = 70$$

28. 서로 다른 6 개의 찻잔을 서로 다른 찻잔 보관용 상자 2 개에 나누어 담으려고 한다. 각 상자마다 찻잔을 최대 4 개까지 담을 수 있을 때, 찻잔을 담는 방법의 수는?

- ① 40
- ② 45
- ③ 50
- ④ 55
- ⑤ 60

해설

6 개를 (4개, 2개) 또는 (3 개, 3 개)로 나누어서
2 개의 찻잔 보관용 상자에 나누어 담으면 되므로
(i) 4 개, 2 개로 나누어 담는 방법의 수는
 ${}_6C_4 \times {}_2C_2 \times 2! = 30$ (가지)
(ii) 3 개, 3 개로 나누어 담는 방법의 수는
 ${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 20$ (가지)
(i), (ii) 에 의하여 구하는 방법의 수는
 $30 + 20 = 50$ (가지)

29. 가사 시간에 요리활동에 참가한 학생들이 각자 할 일을 분담하기로 하였다. 희준이가 속해 활동할 조는 모두 7 명인데, 2 명은 카레밥, 3 명은 된장국, 나머지 2 명은 계란부침을 만들기로 할 때, 할 일을 나누는 방법의 수는?

- ① 100
- ② 150
- ③ 210
- ④ 310
- ⑤ 450

해설

7 명 중 카레밥을 만들 2명을 택하는 방법은 ${}_7C_2$ (가지),
나머지 5 명 중에 된장국을 만들 3 명을 택하는 방법은 ${}_5C_3$ (가
지),
남은 나머지 2명은 계란부침을 만들면 되므로 ${}_2C_2$ (가지) 이다.
이때, 카레밥을 만드는 2명과 계란부침을 만드는 2명은 같은
수이지만 카레밥을 만드는 일과 계란부침을 만드는 일은 구별이
되므로 할 일을 나누는 방법의 수는
 ${}_7C_2 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 = 210$ (가지)

30. 7 명의 가족을 2 명, 2 명, 3 명으로 나누어 3 대의 승용차에 태우는 모든 방법의 수를 구하면?(단, 승용차는 모두 4인승이다.)

① 210

② 420

③ 550

④ 630

⑤ 720

해설

$${}^7C_2 \times {}^5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2} \times 3! = 630$$

31. 서로 다른 6 송이의 꽃을 2 송이씩 3 다발로 나누어 3 명에게 선물하는 모든 방법의 수는?

① 45

② 90

③ 120

④ 180

⑤ 225

해설

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$$

32. 7 층짜리 건물의 1 층에서 7 명이 승강기를 함께 탄 후 7 층까지 올라가는 동안 3 개의 층에서 각각 2 명, 2 명, 3 명이 내리는 방법의 수는?

① 3150

② 6300

③ 9450

④ 12600

⑤ 15750

해설

먼저 내릴 3 개의 층을 선택하는 방법 :

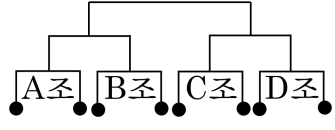
$${}_6C_3 = 20$$

7 명을 2 명, 2 명, 3 명으로 나누어 3 개의 층에

$$\text{배열하는 방법 : } \Rightarrow {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 630$$

$$\therefore 20 \times 630 = 12600$$

33. 전국 규모의 대회에서 우승한 역대 우승자 8명을 초대하여 아래 그림과 같은 토너먼트 형식으로 테니스 최강자를 가리려 한다. 이때, 선수들을 각 조에 배정하는 방법의 수는?



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 2520 가지

해설

8명을 2명씩 4팀으로 나누는 방법의 수는

$${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!}$$

또, 이들 4팀을 A조, B조, C조, D조로 구분하는 것은 4개를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 4!이다. 따라서 구하는 방법의 수는

$${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!} \times 4!$$
$$= \frac{8 \times 7}{2} \times \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 2520$$