

1. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 개

해설

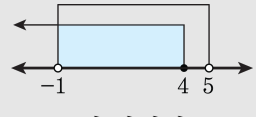
$$\textcircled{1} \ 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{2} \ x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

2. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3$ 의 값이 항상 2보다 크도록 하는 상수 m 의 범위가 $a < m < b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3 > 2$
 $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 1 > 0$ 이므로
 $m \neq -1$, $m > -1$ 이고, $D < 0$ 이다.
 $\frac{D}{4} = m^2 - 3m < 0 \quad \therefore 0 < m < 3$
 $\therefore a = 0, b = 3$
 $\therefore a + b = 3$

3. 포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있도록 실수 k 의 범위를 구하면?

- ① $k < -1$ ② $-1 < k < 0$ ③ $k > 0$
④ $0 < k < 1$ ⑤ $k > 1$

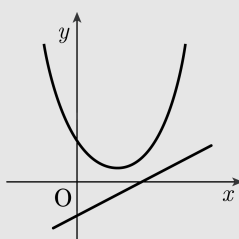
해설

포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있으려면
위 그림에서 모든 실수 x 에 대하여
부등식 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 가 항상 성립
해야 한다.

즉 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 에서
판별식이 0 보다 작아야 하므로

$$\frac{D}{4} = 4 - (3 - k) < 0$$

$$\therefore k < -1$$



4. 부등식 $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $-2 \leq x < 1$ ② $-2 \leq x < 0$ ③ $-1 \leq x < 1$
④ $-1 \leq x < 0$ ⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$x-1=A$ 라 하면 $x=A+1$
 $\therefore [A]^2 + 3[A+1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$
 $[A]([A]+3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$
 $-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x-1 < 0$ 이므로
 $-1 \leq x < 1$

5. x 에 대한 두 부등식 $x^2 + (a-1)x < a$, $6x^2 - x - 1 > 0$ 을 동시에 만족하는 정수가 꼭 두 개 존재할 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$ ② $-3 \leq a < -2$, $3 < a \leq 4$
 ③ $-2 \leq a < -1$, $4 < a \leq 5$ ④ $-4 < a \leq -3$, $2 \leq a < 3$
 ⑤ $-3 < a \leq -2$, $3 \leq a < 4$

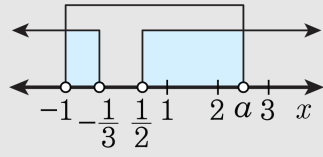
해설

$$6x^2 - x - 1 = (2x-1)(3x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ 또는 } x < -\frac{1}{3} \dots\dots \textcircled{\text{A}}$$

$$x^2 + (1-a)x - a = (x+1)(x-a) < 0$$

$$(i) a > -1 \text{ 이면 } -1 < x < a \dots\dots \textcircled{\text{B}}$$

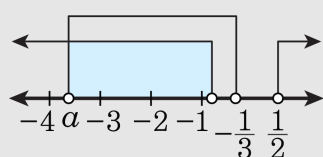


①과 ②의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 1과 2)

$$2 < a \leq 3$$

(ii) $a = -1$ 이면 해가 없다.

$$(iii) a < -1 \text{ 이면 } a < x < -1 \dots\dots \textcircled{\text{C}}$$



①, ②의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 -3과 -2)

$$\therefore -4 \leq a < -3$$

(i),(ii)(iii)에서 $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$