

1.  $f(x)$ 가  $x$ 의 다항식일 때  $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 될 때  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-7$

해설

$$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{를 대입하면 } 0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$$

$$x^4 = -1 \text{을 대입하면 } 0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$

2.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을  $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가  $2x + 1$ 이 되도록 상수  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

### 해설

최고차항의 계수가 1이므로

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x-1)^2(x+k) + 2x + 1$$

$$= x^3 + (k-2)x^2 + (3-2k)x + k + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$a = k - 2, \quad b = 3 - 2k, \quad 3 = k + 1$$

$$k = 2 \text{이므로 } a = 0, \quad b = -1$$

$$\therefore a - b = 0 - (-1) = 1$$

3.  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$ 가  $x - 1$ 로는 나누어 떨어지고,  $x + 1$ 로 나누었을 때는 나머지가  $-14$ 이다. 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

①  $-12$

②  $12$

③  $-20$

④  $20$

⑤  $-36$

### 해설

나머지 정리에 의해  $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면,  $a = 5, b = 4$

$$\therefore ab = 20$$

4. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

5.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $(x-a)(x+b)$ ,  $(x+b)(x-c)$ ,  $(x-c)(x-a)$ 로 나눈 나머지가 각각  $x+2$ ,  $-x+4$ ,  $0$ 일 때, 상수  $a, b, c$ 의 곱을 구하면?

① 8

② -8

③ 12

④ -12

⑤ 16

해설

$$f(x) = (x-a)(x+b)P(x) + x + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$= (x+b)(x-c)Q(x) - x + 4 \cdots \textcircled{2}$$

$$= (x-c)(x-a)R(x) \cdots \textcircled{3}$$

나머지 정리에 의해

i) ① 에서  $f(a) = a + 2$ , ③ 에서

$$f(a) = 0$$

$$\Rightarrow a = -2$$

ii) ① 에서  $f(-b) = -b + 2$ , ② 에서

$$f(-b) = b + 4$$

$$\Rightarrow b = -1$$

iii) ② 에서  $f(c) = -c + 4$ , ③ 에서

$$f(c) = 0$$

$$\Rightarrow c = 4$$

$$\therefore abc = 8$$

6. 다항식  $f(x)$ 를  $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라고 할 때, 다음 중  $f(x)$ 를  $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

①  $Q(x), R$

②  $3Q(x), R$

③  $Q(x), 3R$

④  $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤  $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right) Q(x) + R \\ &= 3 \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} Q(x) + R \\ &= (3x - 2) \frac{1}{3} Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫:  $\frac{1}{3}Q(x)$  나머지:  $R$

7. 이차식  $f(x)$ 를 각각  $x-3, x+1$ 로 나눈 나머지는 같고,  $f(1) = 0$ 일 때,  
 $\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{n}{m}$  ( $m, n$ 은 서로소)이다. 이 때,  $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 34

### 해설

$f(1) = 0$  이므로  $f(x)$ 는  $x-1$ 을 인수로 갖는다.

$$\therefore f(x) = (x-1)(ax+b)$$

$$f(3) = f(-1) \text{ 이므로 } 2(3a+b) = -2(-a+b)$$

$$\therefore a = -b$$

$$\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{3(4a+b)}{-5(-4a+b)} = \frac{-9b}{-25b} = \frac{9}{25}$$

$$\therefore m = 25, n = 9$$

8.  $x$ 의 다항식  $f(x)$ 에 대하여  $f(x^2) = x^3f(x+1) - 2x^4 + 2x^2$ 이 성립할 때,  $f(x)$ 를 구하면? (단,  $f(0) = f(1) = f(2) = 0$ )

- ①  $f(x) = x(x-1)(x-2)$       ②  $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$   
③  $f(x) = x(x-1)^2(x-2)$       ④  $f(x) = x(x-1)(x-2)^2$   
⑤  $f(x) = x^2(x-1)^2(x-2)$

### 해설

(i)  $f(x)$ 를  $n$ 차의 식이라하면

좌변 :  $2n$ 차 = 우변 :  $n + 3$ 차

$$\therefore n = 3$$

(ii)  $f(x) = kx(x-1)(x-2)$  (단,  $k \neq 0$ )

( $\because f(0) = f(1) = f(2) = 0$ )

좌변 =  $kx^6 - 3kx^4 + 2kx^2$

우변 =  $kx^6 - (k+2)x^4 + 2x^2$

$$\therefore kx^6 - 3kx^4 + 2kx^2 = kx^6 - (k+2)x^4 + 2x^2$$

$$-3k = -(k+2)$$

$$k = 2 \text{에서 } k = 1$$

$$\therefore f(x) = x(x-1)(x-2)$$

9.  $x$ 에 대한 다항식  $(1+x-x^2)^{10}$ 을 전개하면  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{20}x^{20}$ 이 될 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20}$ 의 값은? (단,  $a_i$ 는 상수이고  $i = 0, 1, 2, \dots, 20$ )

①  $2^{10}$

②  $2^{10} - 1$

③ 2

④ 1

⑤ 0

### 해설

$(1+x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{20}x^{20}$ 이므로  
 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{19} + a_{20} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

또, 이 식에  $x = -1$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{19} + a_{20} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}$ 을 하면  $2 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20})$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = 1$$

10.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $(x-3)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고,  $x+3$ 으로 나누면 4가 남는다고 한다. 이 때,  $f(x)$ 를  $(x-3)^2(x+3)$ 으로 나눈 나머지는?

①  $(x-3)^2$

②  $3x^2 + 2x - 5$

③  $\frac{1}{5}(x-3)^2$

④  $x^2 + 2x - 5$

⑤  $\frac{1}{9}(x-3)^2$

해설

$$f(-3) = 4$$

$$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + a(x-3)^2$  ( $\because f(x)$ 는  $(x-3)^2$ 으로 나누어 떨어진다.)

$$f(x) = (x-3)^2\{(x+3)Q(x) + a\}$$

$$f(-3) = (-3-3)^2 a = 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지} : \frac{1}{9}(x-3)^2$$