

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0 ~ 9 까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a , 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 1 개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t + s$ 의 값을 구하여라. (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

증근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$$

이를 만족하는 (a, b) 를 구하면

$(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.

$\therefore t = 1, s = 25$ 이므로 $t + s = 26$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + (A - 2)x + 9 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 A 의 값 중 작은 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 12 = 0$ 의 한 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$x^2 + (A - 2)x + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$9 = \left(\frac{A - 2}{2}\right)^2, A^2 - 4A - 32 = 0$$

$$(A + 4)(A - 8) = 0 \quad \therefore A = -4 \text{ 또는 } A = 8$$

따라서 $x^2 - ax + a^2 - 12 = 0$ 의 한 근이 -4 이므로

$$16 + 4a + a^2 - 12 = 0, a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$\therefore (a + 2)^2 = 0, a = -2$$

3. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

4. 이차방정식 $9x^2 - 12x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $x = \frac{1}{2}$

해설

$$9x^2 - 12x + k = 0, \quad x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{k}{9} = 0$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{k}{9}$$

$$\therefore k = 4$$

$(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 에 $k = 4$ 를 대입

$$2x^2 + 7x - 4 = 0, \quad (x+4)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$