1. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0 ~ 9 까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a, 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 근이 1 개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t+s$ 의 값을 구하여라. (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

중근을 가지려면 $x^2+ax+b=0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$\left(a\times\frac{1}{2}\right)^2=b$, $a^2=4b$

이를 만족하는 $(a,\ b)$ 를 구하면

$(a,\ b)=(0,\ 0),\ (2,\ 1),\ (4,\ 4),\ (6,\ 9)$ 의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$ 이다.

$\therefore t=1,\ s=25$ 이므로 $t+s=26$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2+(A-2)x+9=0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 A 의 값 중 작은 값이 이차방정식 $x^2-ax+a^2-12=0$ 의 한 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-2$

해설

$x^2+(A-2)x+9=0$ 이 중근을 가지므로

$9=\left(\frac{A-2}{2}\right)^2$, $A^2-4A-32=0$

$(A+4)(A-8)=0$ $\therefore$ $A=-4$ 또는 $A=8$

따라서 $x^2-ax+a^2-12=0$ 의 한 근이 -4 이므로

$16+4a+a^2-12=0$, $a^2+4a+4=0$

$\therefore$ $(a+2)^2=0$, $a=-2$

3. $x^2+ax+b=0$ 에서 계수 a , b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2+ax+b=0$이 완전제곱식이 되어야 하므로

$\left(a\times\frac{1}{2}\right)^2=b$이다.

$a^2=4b$를 만족하는 $(a,\ b)$를 구하면 $(a,\ b)=(2,\ 1),\ (4,\ 4)$의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

4. 이차방정식 $9x^2 - 12x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $x = \frac{1}{2}$

해설

$9x^2 - 12x + k = 0,\ x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{k}{9} = 0$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{k}{9}$

$\therefore\ k = 4$

$(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 에 $k = 4$ 를 대입

$2x^2 + 7x - 4 = 0,\ (x+4)(2x-1) = 0$

$\therefore\ x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{2}$