1. 어느 이동통신사에는 요금제 A 와 요금제 B 가 있다. 요금제 A 는 기본요금 16000 원에 10 초당 통화요금은 18 원이고, 요금제 B 는 기본요금 12000 원에 10 초당 통화요금은 x 원이다. 한 달에 70 분 통화하는 사람은 요금제 B 가 유리하고, 한 달에 90 분 통화하는 사람은 요금제 A 가 유리할 때, x 의 범위 $a < x < b$ 에 대하여, a, b 를 소수 첫째 자리에서 반올림하여 나타내어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 25$

▷ 정답: $b = 28$

해설

70분 = 4200초, 90분 = 5400초

1) 한 달에 70 분 통화하는 사람의 경우

(요금제 A)$= 16000 + 420 \times 18 = 23560$

(요금제 B)$= 12000 + 420x$

따라서 $23560 > 12000 + 420x$

$\therefore\ x < \dfrac{578}{21} = 27.5\cdots$

2) 한 달에 90 분 통화하는 사람의 경우

(요금제 A)$= 16000 + 540 \times 18 = 25720$

(요금제 B)$= 12000 + 540 \times x$

따라서 $25720 < 12000 + 540 \times x$

$\therefore\ x > \dfrac{686}{27} = 25.4\cdots$

따라서 $25.4\cdots < x < 27.5\cdots$ 이므로

$a = 25,\ b = 28$ 이다.

2. x 에 대한 일차부등식 $2x - 3 < 3a$ 의 해가 $x < 12$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$2x < 3a + 3 \rightarrow x < \dfrac{3a+3}{2}$

$x < 12$ 이므로 $\dfrac{3a+3}{2} = 12$

$3a + 3 = 24$

$\therefore\ a = 7$

3. 현희의 4 월 핸드폰 요금은 기본료 20% , 국내통화료 50%, 부가서비스 이용료 30% 로 나누어진다. 그런데 5 월에는 핸드폰 기본료가 4 월 대비 50% 올라서 현희는 통화료를 10% 만큼 줄였다. 현희의 5 월 핸드폰 요금이 4 월보다 많지 않게 나오려면 추가로 부가서비스 이용 요금을 4 월 대비 최소 몇 % 만큼 줄여야 하는지 소수점 첫째 자리에서 반올림하여라.

▶ 답 : _____ %

▷ 정답 : 17 %

해설

4 월 핸드폰 요금을 a 라 하면 기본료는 $\frac{1}{5}a$, 국내통화료는 $\frac{1}{2}a$, 부가서비스 이용료는 $\frac{3}{10}a$ 이다. 또한 5 월 핸드폰 요금 중, 기본료와 국내통화료는 각각

$\frac{1}{5}a \times (1+0.5) = \frac{3}{10}a$, $\frac{1}{2}a \times (1-0.1) = \frac{9}{20}a$ 이다.

이때, 5 월 핸드폰 요금이 4 월보다 많지 않게 해야 하므로 5 월 핸드폰 요금도 a 이하이여야 한다.

5 월의 부가서비스 이용료를 A 라 하면

$\frac{3}{10}a + \frac{9}{20}a + A \le a$, $A \le \frac{1}{4}a$ 이다.

부가서비스 이용료를 4 월 대비 x 만큼 줄인다고 하면 $A = \frac{3}{10}a \times (1-x)$ 이므로

$\frac{3}{10}a \times (1-x) \le \frac{1}{4}a \quad \therefore\ x \ge \frac{1}{6}$

따라서 최소 17% 줄여야 한다.

4. 화승이와 수진이는 각각 통장에서 매월 15 일에 10000 원, 12000 원을 출금하고 매월 30 일에 25000 원, 20000 원을 예금한다. 현재 화승이와 수진이의 통장잔고가 각각 70000 , 100000 원일 때 화승이의 예금액이 수진이의 예금액보다 많아지는 것은 몇 개월 후부터인지 구하여라.

▶ 답: 개월

▷ 정답: 5 개월

해설

개월수를 x 라 할 때 화승이는 10000 원 출금하고 25000 원 예금한다.
x 개월 후의 예금액

$$= 70000 + (-10000 + 25000)x$$

$$= 70000 + 15000x$$

수진이는12000 원 출금하고 20000 원 예금한다 :
x 개월 후의 예금액

$$= 100000 + (-12000 + 20000)x$$

$$= 100000 + 8000x$$

$70000 + 15000x > 100000 + 8000x$
$x > \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$ 이므로 화승이의 예금액이 수진이의 예금액보다 많아지는 것은 5 개월 후부터이다.

5. 음악 사이트에서 음악 다운로드 요금이 다음과 같을 때, A 사이트 선택하는 것이 유리하려면 한 달에 몇 곡 이상을 다운로드 받아야 하는가?

사이트	기본요금(원)	한 곡당 다운로드 요금(원)
A	15000	없음
B	2000	500

① 25곡 ② 26곡 ③ 27곡 ④ 28곡 ⑤ 29곡

해설

한 달 동안 다운로드 받는 음악의 곡수를 x개라 하면 $15000 < 2000 + 500x$,
$x > 26$
따라서 A 사이트를 선택하는 것이 유리하려면 한 달에 27곡 이상 다운로드 받아야 한다.

6. 부등식 $7x - 3a \le 4x$를 만족하는 자연수 x의 개수가 2개일 때, 상수 a의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$7x - 3a \le 4x$를 정리하면
$3x \le 3a, \quad \therefore x \le a$
위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 2개이므로
$2 \le a < 3$
따라서 a의 최솟값은 2이다.

7. 사탕 60 개를 6 개들이 봉지, 4 개들이 봉지, 1 개들이 봉지로 포장하여 각각 500 원, 350 원, 100 원을 받고 팔았다. 6 개들이 봉지의 수 < 4 개들이 봉지의 수 < 1 개들이 봉지의 수이고, 총 판매금액이 5250 원일 때, 1 개들이 봉지는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$6x + 4y + z = 60$
$500x + 350y + 100z = 5250$
두 식을 연립하여 풀면,
$2x + y = 15 \cdots ①$
x 는 6 개들이 봉지의 갯수이므로 $1 \le x \le 9$ 이 되고,
①식을 만족하며, $x < y$ 인 $(x,\ y)$ 순서쌍을 구해보면,
$(x,\ y) = (1,\ 13),\ (2,\ 11),\ (3,\ 9),\ (4,\ 7)$
이 때 $x < y < z$ 가 되어야 하므로
$x = 4,\ y = 7,\ z = 8$
따라서 1 개들이 봉지의 갯수는 8 개이다.

8. 어떤 연극 공연장의 입장료는 어린이가 6000 원, 어른이 12000 원이고 어른이 30 명 이상일 때, 어른 요금의 20% 를 할인하여 준다. 어른의 수가 30 명 미만이면서 어른과 어린이를 합하여 34 명이 입장하려고 할 때, 어른이 최소 몇 명이면 어른 30 명의 입장료를 내는 것이 유리한가?

① 21 명 ② 22 명 ③ 23 명 ④ 24 명 ⑤ 25 명

해설

어른 수를 x 라 하면,
$12000x > 9600 \times 30$
$\therefore\ x > 24$
$\therefore$ 25 명 이상

9. A 와 B 가 동시에 6일간 작업하면 끝마칠 수 있는 일이 있다. 이 일을 먼저 A 가 5일간 작업한 뒤 A 와 B 가 같이 3일간 작업해서 끝마쳤다. B 가 혼자서 일을 끝마치려면 며칠이 걸리겠는지 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 15 일

해설

하루에 A, B 가 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y 라고 하면

$$\begin{cases} 6(x+y)=1 \\ 5x+3(x+y)=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x+6y=1 \\ 8x+3y=1 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $x=\frac{1}{10}$, $y=\frac{1}{15}$ 이다.

$\therefore$ A : $1 \div \frac{1}{10}=10$(일), B : $1 \div \frac{1}{15}=15$(일)

10. 어느 주차장에 자전거와 자동차가 합하여 14 대가 있고, 바퀴의 수는 38 개였다. 자전거의 수는?

① 5 대 ② 6 대 ③ 7 대 ④ 8 대 ⑤ 9 대

해설

자전거를 x 대, 자동차를 y 대라고 하면

$$\begin{cases} x+y=14 \\ 2x+4y=38 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=9,\ y=5$ 이다.

11. 다음 부등식을 만족하는 x 중에서 절댓값이 1 이하인 정수의 개수를 구하여라.

$$0.5(x+2)-\frac{1}{6}x>\frac{4}{3}x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$15x+30-5x>40x$

$30>30x$

$x<1$

절대값이 1 이하인 정수는 -1, 0 (2 개) 이다.

12. 강물이 출발 지점에서 가려는 방향으로 시속 5km 로 흐르는 강에서 시속 15km 인 배를 타고 출발 지점에서 어느 지점까지 갔다가 다시 돌아오는 왕복을 하려 할 때, 4 시간 30 분 이내에 돌아오려고 한다. 출발 지점에서 최대 몇 km 떨어진 지점까지 갔다와야 하는지 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : 30 km

해설

시속 15 km 로 갈 때는 강물의 속력 시속 5 km 를 합쳐서 시속 20 km 가 된다.
돌아 올 때는 강물의 속력은 역으로 받으므로 강물의 속력만큼 느려져서 시속 $15 - 5 = 10(\text{km})$ 이 된다.

4 시간 30 분은 $\frac{9}{2}$ 시간이므로

$\frac{x}{20} + \frac{x}{10} \leq \frac{9}{2}$

$x + 2x \leq 90$

$3x \leq 90$

$x \leq 30$

따라서 최대 30 km 떨어진 지점까지 갔다 와야 한다.

13. $2^{100} = a$일 때, $4^{50} - 4^{49}$을 a에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100}\left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\ &= \frac{3}{4}a \end{aligned}$$

14. $20^a = 4,\ 20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$5 = \dfrac{20}{4} = \dfrac{20}{20^a} = 20^{1-a}$

$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$

15. $2^{10} \fallingdotseq 1000$ 을 이용하여 $5^{11} = \dfrac{10^x}{2}$ 인 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$5^{11} = \dfrac{10^x}{2}$

양변에 2^{11} 을 곱하면

$2^{11} \times 5^{11} = 10^x \times 2^{10}$

$10^{11} = 10^x \times 10^3$

$10^8 = 10^x$

$\therefore\ x = 8$

16. $(-2x^{A}y)^{2} \div 4x^{4}y \times 2x^{5}y^{4} = Bx^{7}y^{C}$ 일 때, $A+B+C$ 의 합의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{4x^{2A}y^{2} \times 2x^{5}y^{4}}{4x^{4}y} = 2x^{2A+1}y^{5} = Bx^{7}y^{C}$$

$A=3, B=2, C=5$ 이므로 $A+B+C=10$ 이다.

17. 유리수 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{13}$, ····· , $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 2^4, 2^5, 2^6
분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2
2와 5의 거듭제곱으로만 2×5, $2^2\times5$, $2^3\times5$, $2^4\times5$, 2×5^2, $2^2\times5^2$
$\therefore$ 10개

18. x 는 3 보다 크고 7 보다 작고, y 는 2 보다 크고 6 보다 작은 수일 때, x 의 3 배에 y 를 더한 수의 범위는 a 보다 크고 b보다 작다고 한다. 이 때, $b-a$ 의 값은?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

x 가 3 보다 크고 7 보다 작으므로 $3 < x < 7 \cdots$㉠
y 는 2 보다 크고 6 보다 작으므로 $2 < y < 6 \cdots$㉡
x 의 3 배에 y 를 더한 수의 범위는 $3x+y$이므로
$9 < 3x < 21$ 에 $2 < y < 6$ 을 더하면 $11 < 3x+y < 27$ 이다.
따라서 $b-a = 27-11 = 16$ 이다.

19. 540 g의 끓는 물에 각설탕 10 개를 넣었더니 농도가 10% 의 설탕물이 되었다. 농도를 20% 이상으로 하기 위해 추가로 최소한 각설탕 몇 개를 더 넣으면 되겠는가?

① 10 개 ② 12 개 ③ 13 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

각설탕 한 개의 무게를 x(g)이라 하면

$\frac{10}{100}(540+10x)=10x$

$540+10x=100x$

$90x=540$

$\therefore\ x=6$(g)

따라서 추가하는 각설탕의 개수를 y 개라 하고

식을 세우면

$\frac{10}{100}\times 600+6y\geq\frac{20}{100}(600+6y)$

양변에 100을 곱하면

$6000+600y\geq 12000+120y$

$480y\geq 6000$

$\therefore\ y\geq 12.5$

20. $x = \frac{5}{13}$ 일 때, $10^6 x - x$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 384615

해설

$x = \frac{5}{13} = 0.384615384615\cdots$ 이고

$10^6 x = 384615.384615\cdots$ 이므로

$10^6 x - x = 384615$ 이다.

21. 자연수 a 에 대하여 $1^a+2^a+3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10)+f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 $1,\ 1,\ 1,\ 1\cdots$
2^a 의 일의 자리의 숫자는 $2,\ 4,\ 8,\ 6,\ 2,\ 4\cdots$
3^a 의 일의 자리의 숫자는 $3,\ 9,\ 7,\ 1,\ 3,\ 9\cdots$
따라서, $1^a+2^a+3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 $6,\ 4,\ 6,\ 8\cdots$ 이 반복된다.
즉, $f(n)=f(n+4)$ 이므로 $f(10)=f(14)$ 이고
$f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10=4\times2+2$ 이므로 4 이다.
$\therefore f(10)+f(14)=4+4=8$

22. A 지점에서 3000m 떨어진 B 지점까지 갈 때, 처음에는 1 분에 100m 의 속력으로 뛰어가다가 나중에는 1 분에 50m 의 속력으로 걸어서 30 분 이내에 도착하려고 한다. 뛰어간 거리에 해당되는 것을 모두 고르면?

① 900m ② 1000m ③ 2000m

④ 3000m ⑤ 3500m

해설

뛰어간 거리를 x m 라고 하면
걸어간 거리는 $(3000-x)$ m 라 쓸 수 있다.

$\left(\frac{\text{거리}}{\text{속력}}\right)$ = (시간) 이므로 식을 세우면

$\frac{x}{100}+\frac{3000-x}{50} \le 30$ 이라 쓸 수 있다.

(뛰어간 시간 + 걸어간 시간 ≤ 30분)
양변에 100 을 곱해 정리하면
$x+2(3000-x) \le 3000$
$\therefore x \ge 3000$
∴ 뛰어간 거리 : 3000m 이상

23. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2$

$= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \dfrac{1}{x^6y^2}$

$x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2$

$3a + 3b - 6 = 3$

$\therefore a + b = 3$

$a + 2b - 2 = 2$

$\therefore a + 2b = 4$

$\therefore a = 2,\ b = 1$

24. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8,\ 2^4 = 16,\ 2^5 = 32, \cdots$ 이므로
2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 $2,\ 4,\ 8,\ 6$ 이 반복된다.
$97 \div 4 = 24 \cdots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$
$3,\ 3^2 = 9,\ 3^3 = 27,\ 3^4 = 81,\ 3^5 = 243, \cdots$ 이므로
3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 $3,\ 9,\ 7,\ 1$ 이 반복된다.
$98 \div 4 = 24 \cdots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$
$\therefore\ 2 \times 9 = 18$

25. 일차부등식 $(b-1)x^2+ax-bx>3(a-1)$ 을 풀면? (단, $a<1$)

① $x<1$　② $x<-3$　③ $x>3$

④ $x<3$　⑤ $x>-1$

해설

주어진 식이 일차부등식이므로 이차항의 계수가 0 즉, $b=1$ 이다.
따라서 $ax-x>3(a-1)$ 이 되어 $(a-1)x>3(a-1)$
이때, $a<1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌고, 부등식의 해는 $x<3$

26. 희재는 20000 원을 가지고 집에서 마트를 가는데 2000 원 하는 참치와 3000 원 하는 소시지를 사려고 하고, 집에서 마트까지의 왕복차비는 2000 원이다. 희재는 참치는 하나만 사고 나머지는 소시지를 사려고 한다. 소시지는 한 개를 살 때 한 개를 더 주는 행사를 한다고 할 때, 희재가 사게 되는 소시지의 최대 개수는 몇 개인가?

① 5 개 ② 7 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 14 개

해설

희재가 가지고 있는 돈이 20000 원이므로 그 이하로 물건을 사야 한다. 참치는 하나만 산다고 했으므로 가격은 2000 원이 되고, 소시지의 살 개수를 x 개라고 하면 $3000x$ 원어치 소시지를 사게 되고 차비는 왕복 2000 원이라고 했으므로 총 들어 가는 돈은 $(2000 + 3000x + 2000)$ 원이다. 20000 원 내에서 사야 하므로 $2000 + 3000x + 2000 \leq 20000$ 이 된다.
계산하면
$2 + 3x + 2 \leq 20$
$3x \leq 16$
$\therefore\ x \leq \frac{16}{3} = 5.\times\times$
이므로 소시지는 5 개를 사게 된다. 한 개를 살 때 한 개를 더 준다고 했으므로 총 사게 되는 소시지는 10 개가 된다.

27. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 정리하면

$5x - 20a \geq 12x - 8$ 에서 $-7x \geq 20a - 8$

$\therefore\ x \leq \frac{-20a+8}{7}$

부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로

$\frac{-20a+8}{7} = -16$

$-20a + 8 = -112$

$-20a = -120$

$\therefore\ a = 6$

28. 다람쥐가 18m 높이의 나무를 오르려고 한다. 이 다람쥐는 1 시간 올라가면 2m 씩 내려가는 습관이 있다고 한다. 4 시간 이내에 나무를 오르려 할 때, 다람쥐는 1 시간에 적어도 몇 m 씩 올라가야 하는지 구하면?

① 3m ② 4m ③ 5m ④ 6m ⑤ 7m

해설

다람쥐가 1 시간에 올라가야 할 거리를 x 라 할 때
$4x - 3 \times 2 \geq 18$, $x \geq 6$
다람쥐는 1 시간에 적어도 6m 이상 올라가야 한다.

29. x가 자연수이고, 부등식 $-5+2x<x-a$ 을 만족하는 해의 개수가 2개일 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $0 \le a < 3$　② $1 < a \le 3$　③ $2 \le a < 3$

④ $0 < a \le 3$　⑤ $1 \le a < 3$

해설

$-5+2x<x-a$ 를 정리하면 $x<5-a$,
자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 2개이므로 $2<5-a \le 3$이 되어야 한다.
$-3<-a \le -2$
$\therefore\ 2 \le a < 3$

30. $\dfrac{1}{(x-y)}=\dfrac{z}{y^2-x^2}$ 일 때, $\dfrac{yz+zx}{xy}+\dfrac{zx+xy}{yz}+\dfrac{xy+yz}{zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\dfrac{1}{(x-y)}=\dfrac{z}{y^2-x^2}$ 의 양변에 $x-y$ 를 곱하면

$1=\dfrac{z}{-(x-y)(x+y)}\times(x-y)=\dfrac{z}{-(x+y)}$

$\therefore\ x+y+z=0\cdots$㉠

$\dfrac{yz+zx}{xy}+\dfrac{zx+xy}{yz}+\dfrac{xy+yz}{zx}$

$=\left(\dfrac{z}{x}+\dfrac{z}{y}\right)+\left(\dfrac{x}{y}+\dfrac{x}{z}\right)+\left(\dfrac{y}{z}+\dfrac{y}{x}\right)$

$=\dfrac{y+z}{x}+\dfrac{x+z}{y}+\dfrac{x+y}{z}$ (㉠을 대입)

$=\dfrac{-x}{x}+\dfrac{-y}{y}+\dfrac{-z}{z}=-1-1-1=-3$