

1. 어느 이동통신사에는 요금제 A 와 요금제 B 가 있다. 요금제 A 는 기본요금 16000 원에 10 초당 통화요금은 18 원이고, 요금제 B 는 기본요금 12000 원에 10 초당 통화요금은 x 원이다. 한 달에 70 분 통화하는 사람은 요금제 B 가 유리하고, 한 달에 90 분 통화하는 사람은 요금제 A 가 유리할 때, x 의 범위 $a < x < b$ 에 대하여, a, b 를 소수 첫째 자리에서 반올림하여 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 25$

▷ 정답 : $b = 28$

해설

70분 = 4200초, 90분 = 5400초

1) 한 달에 70 분 통화하는 사람의 경우

$$(\text{요금제 A}) = 16000 + 420 \times 18 = 23560$$

$$(\text{요금제 B}) = 12000 + 420x$$

$$\text{따라서 } 23560 > 12000 + 420x$$

$$\therefore x < \frac{578}{21} = 27.5 \dots$$

2) 한 달에 90 분 통화하는 사람의 경우

$$(\text{요금제 A}) = 16000 + 540 \times 18 = 25720$$

$$(\text{요금제 B}) = 12000 + 540 \times x$$

$$\text{따라서 } 25720 < 12000 + 540 \times x$$

$$\therefore x > \frac{686}{27} = 25.4 \dots$$

따라서 $25.4 \dots < x < 27.5 \dots$ 이므로

$a = 25$, $b = 28$ 이다.

2. x 에 대한 일차부등식 $2x - 3 < 3a$ 의 해가 $x < 12$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$2x < 3a + 3 \rightarrow x < \frac{3a + 3}{2}$$

$$x < 12 \text{ 이므로 } \frac{3a + 3}{2} = 12$$

$$3a + 3 = 24$$

$$\therefore a = 7$$

3. 현희의 4 월 핸드폰 요금은 기본료 20%, 국내통화료 50%, 부가서비스 이용료 30% 로 나누어진다. 그런데 5 월에는 핸드폰 기본료가 4 월 대비 50% 올라서 현희는 통화료를 10% 만큼 줄였다. 현희의 5 월 핸드폰 요금이 4 월보다 많지 않게 나오려면 추가로 부가서비스 이용 요금을 4 월 대비 최소 몇 % 만큼 줄여야 하는지 소수점 첫째 자리에서 반올림하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 17 %

해설

4 월 핸드폰 요금을 a 라 하면 기본료는 $\frac{1}{5}a$, 국내통화료는 $\frac{1}{2}a$, 부가서비스 이용료는 $\frac{3}{10}a$ 이다. 또한 5 월 핸드폰 요금 중, 기본료와 국내통화료는 각각

$$\frac{1}{5}a \times (1 + 0.5) = \frac{3}{10}a, \quad \frac{1}{2}a \times (1 - 0.1) = \frac{9}{20}a \text{ 이다.}$$

이때, 5 월 핸드폰 요금이 4 월보다 많지 않게 해야 하므로 5 월 핸드폰 요금도 a 이하이어야 한다.

5 월의 부가서비스 이용료를 A 라 하면

$$\frac{3}{10}a + \frac{9}{20}a + A \leq a, \quad A \leq \frac{1}{4}a \text{ 이다.}$$

부가서비스 이용료를 4 월 대비 x 만큼 줄인다고 하면 $A =$

$$\frac{3}{10}a \times (1 - x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{3}{10}a \times (1 - x) \leq \frac{1}{4}a \quad \therefore x \geq \frac{1}{6}$$

따라서 최소 17% 줄여야 한다.

4. 화승이와 수진이는 각각 통장에서 매월 15 일에 10000 원, 12000 원을 출금하고 매월 30 일에 25000 원, 20000 원을 예금한다. 현재 화승이와 수진이의 통장잔고가 각각 70000, 100000 원일 때 화승이의 예금액이 수진이의 예금액보다 많아지는 것은 몇 개월 후부터인지 구하여라.

▶ 답 : 개월

▷ 정답 : 5 개월

해설

개월수를 x 라 할 때 화승이는 10000 원 출금하고 25000 원 예금한다.

x 개월 후의 예금액

$$= 70000 + (-10000 + 25000)x$$

$$= 70000 + 15000x$$

수진이는 12000 원 출금하고 20000 원 예금한다 :

x 개월 후의 예금액

$$= 100000 + (-12000 + 20000)x$$

$$= 100000 + 8000x$$

$$70000 + 15000x > 100000 + 8000x$$

$x > \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$ 이므로 화승이의 예금액이 수진이의 예금액보다 많아지는 것은 5 개월 후부터이다.

5. 음악 사이트에서 음악 다운로드 요금이 다음과 같을 때, A 사이트 선택하는 것이 유리하려면 한 달에 몇 곡 이상을 다운로드 받아야 하는가?

사이트	기본요금(원)	한 곡당 다운로드 요금(원)
A	15000	없음
B	2000	500

- ① 25곡 ② 26곡 ③ 27곡 ④ 28곡 ⑤ 29곡

해설

한 달 동안 다운로드 받는 음악의 곡수를 x 개라 하면 $15000 < 2000 + 500x$,

$$x > 26$$

따라서 A 사이트를 선택하는 것이 유리하려면 한 달에 27곡 이상 다운로드 받아야 한다.

6. 부등식 $7x - 3a \leq 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7x - 3a \leq 4x$ 를 정리하면

$$3x \leq 3a, \quad \therefore x \leq a$$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 2개이므로

$$2 \leq a < 3$$

따라서 a 의 최솟값은 2이다.

7. 사탕 60 개를 6 개들이 봉지, 4 개들이 봉지, 1 개들이 봉지로 포장하여 각각 500 원, 350 원, 100 원을 받고 팔았다. 6 개들이 봉지의 수 < 4 개들이 봉지의 수 < 1 개들이 봉지의 수이고, 총 판매금액이 5250 원일 때, 1 개들이 봉지는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$$6x + 4y + z = 60$$

$$500x + 350y + 100z = 5250$$

두 식을 연립하여 풀면,

$$2x + y = 15 \cdots \textcircled{1}$$

x 는 6 개들이 봉지의 갯수이므로 $1 \leq x \leq 9$ 이 되고,

①식을 만족하며, $x < y$ 인 (x, y) 순서쌍을 구해보면,

$$(x, y) = (1, 13), (2, 11), (3, 9), (4, 7)$$

이 때 $x < y < z$ 가 되어야 하므로

$$x = 4, y = 7, z = 8$$

따라서 1 개들이 봉지의 갯수는 8 개이다.

8. 어떤 연극 공연장의 입장료는 어린이가 6000 원, 어른이 12000 원이고 어른이 30 명 이상일 때, 어른 요금의 20% 를 할인하여 준다. 어른의 수가 30 명 미만이면 어른과 어린이를 합하여 34 명이 입장하려고 할 때, 어른이 최소 몇 명이면 어른 30 명의 입장료를 내는 것이 유리한가?

① 21 명

② 22 명

③ 23 명

④ 24 명

⑤ 25 명

해설

어른 수를 x 라 하면,

$$12000x > 9600 \times 30$$

$$\therefore x > 24$$

$\therefore$ 25 명 이상

9. A 와 B 가 동시에 6일간 작업하면 끝마칠 수 있는 일이 있다. 이 일을 먼저 A 가 5일간 작업한 뒤 A 와 B 가 같이 3일간 작업해서 끝마쳤다. B 가 혼자서 일을 끝마치려면 며칠이 걸리겠는지 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 15 일

해설

하루에 A, B 가 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y 라고 하면

$$\begin{cases} 6(x+y) = 1 \\ 5x + 3(x+y) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x + 6y = 1 \\ 8x + 3y = 1 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $x = \frac{1}{10}$, $y = \frac{1}{15}$ 이다.

$$\therefore A : 1 \div \frac{1}{10} = 10(\text{일}), B : 1 \div \frac{1}{15} = 15(\text{일})$$

10. 어느 주차장에 자전거와 자동차가 합하여 14대가 있고, 바퀴의 수는 38개였다. 자전거의 수는?

① 5 대

② 6 대

③ 7 대

④ 8 대

⑤ 9 대

해설

자전거를 x 대, 자동차를 y 대라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 2x + 4y = 38 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 9$, $y = 5$ 이다.

11. 다음 부등식을 만족하는 x 중에서 절댓값이 1 이하인 정수의 개수를 구하여라.

$$0.5(x + 2) - \frac{1}{6}x > \frac{4}{3}x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$15x + 30 - 5x > 40x$$

$$30 > 30x$$

$$x < 1$$

절댓값이 1 이하인 정수는 $-1, 0$ (2 개)이다.

12. 강물이 출발 지점에서 가려는 방향으로 시속 5km 로 흐르는 강에서 시속 15km 인 배를 타고 출발 지점에서 어느 지점까지 갔다가 다시 돌아오는 왕복을 하려 할 때, 4 시간 30 분 이내에 돌아오려고 한다. 출발 지점에서 최대 몇 km 떨어진 지점까지 갔다와야 하는지 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : 30 km

해설

시속 15km로 갈 때는 강물의 속력 시속 5km 를 합쳐서 시속 20km 가 된다.

돌아 올 때는 강물의 속력은 역으로 받으므로 강물의 속력만큼 느려져서 시속 $15 - 5 = 10$ (km) 이 된다.

4 시간 30 분은 $\frac{9}{2}$ 시간이므로

$$\frac{x}{20} + \frac{x}{10} \leq \frac{9}{2}$$

$$x + 2x \leq 90$$

$$3x \leq 90$$

$$x \leq 30$$

따라서 최대 30km 떨어진 지점까지 갔다 와야 한다.

13. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$

② $\frac{1}{2}a$

③ $\frac{3}{4}a$

④ $\frac{3}{2}a$

⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned}4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\&= 2^{100} - 2^{98} \\&= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\&= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\&= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\&= \frac{3}{4}a\end{aligned}$$

14. $20^a = 4$, $20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$$

$$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$$

15. $2^{10} \approx 1000$ 을 이용하여 $5^{11} = \frac{10^x}{2}$ 인 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$5^{11} = \frac{10^x}{2}$$

양변에 2^{11} 을 곱하면

$$2^{11} \times 5^{11} = 10^x \times 2^{10}$$

$$10^{11} = 10^x \times 10^3$$

$$10^8 = 10^x$$

$$\therefore x = 8$$

16. $(-2x^A y)^2 \div 4x^4 y \times 2x^5 y^4 = Bx^7 y^C$ 일 때, $A + B + C$ 의 합의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{4x^{2A}y^2 \times 2x^5y^4}{4x^4y} = 2x^{2A+1}y^5 = Bx^7y^C$$

$A = 3, B = 2, C = 5$ 이므로 $A + B + C = 10$ 이다.

17. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개

② 9개

③ 10개

④ 11개

⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

$\therefore$ 10개

18. x 는 3보다 크고 7보다 작고, y 는 2보다 크고 6보다 작은 수일 때, x 의 3배에 y 를 더한 수의 범위는 a 보다 크고 b 보다 작다고 한다. 이때, $b - a$ 의 값은?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

해설

x 가 3보다 크고 7보다 작으므로 $3 < x < 7 \cdots \textcircled{㉠}$

y 는 2보다 크고 6보다 작으므로 $2 < y < 6 \cdots \textcircled{㉡}$

x 의 3배에 y 를 더한 수의 범위는 $3x + y$ 이므로

$9 < 3x < 21$ 에 $2 < y < 6$ 을 더하면 $11 < 3x + y < 27$ 이다.

따라서 $b - a = 27 - 11 = 16$ 이다.

19. 540 g의 끓는 물에 각설탕 10 개를 넣었더니 농도가 10%의 설탕물이 되었다. 농도를 20% 이상으로 하기 위해 추가로 최소한 각설탕 몇 개를 더 넣으면 되겠는가?

① 10 개

② 12 개

③ 13 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

각설탕 한 개의 무게를 $x(g)$ 이라 하면

$$\frac{10}{100}(540 + 10x) = 10x$$

$$540 + 10x = 100x$$

$$90x = 540$$

$$\therefore x = 6(g)$$

따라서 추가하는 각설탕의 개수를 y 개라 하고

식을 세우면

$$\frac{10}{100} \times 600 + 6y \geq \frac{20}{100}(600 + 6y)$$

양변에 100을 곱하면

$$6000 + 600y \geq 12000 + 120y$$

$$480y \geq 6000$$

$$\therefore y \geq 12.5$$

20. $x = \frac{5}{13}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 384615

해설

$$x = \frac{5}{13} = 0.384615384615\cdots \text{이고}$$

$$10^6x = 384615.384615\cdots \text{이므로}$$

$$10^6x - x = 384615 \text{이다.}$$

21. 자연수 a 에 대하여 $1^a + 2^a + 3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10) + f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 1, 1, 1, 1...

2^a 의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, 4...

3^a 의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, 9...

따라서, $1^a + 2^a + 3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 6, 4, 6, 8... 이 반복된다.

즉, $f(n) = f(n + 4)$ 이므로 $f(10) = f(14)$ 이고

$f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 4 이다.

$\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$

22. A 지점에서 3000m 떨어진 B 지점까지 갈 때, 처음에는 1 분에 100m 의 속력으로 뛰어가다가 나중에는 1 분에 50m 의 속력으로 걸어서 30 분 이내에 도착하려고 한다. 뛰어간 거리에 해당되는 것을 모두 고르면?

① 900m

② 1000m

③ 2000m

④ 3000m

⑤ 3500m

해설

뛰어난 거리를 x m 라고 하면

걸어난 거리는 $(3000 - x)$ m 라 쓸 수 있다.

$\left(\frac{\text{거리}}{\text{속력}}\right) = (\text{시간})$ 이므로 식을 세우면

$$\frac{x}{100} + \frac{3000 - x}{50} \leq 30 \text{ 이라 쓸 수 있다.}$$

(뛰어난 시간 + 걸어난 시간 $\leq$ 30분)

양변에 100 을 곱해 정리하면

$$x + 2(3000 - x) \leq 3000$$

$$\therefore x \geq 3000$$

$\therefore$ 뛰어난 거리 : 3000m 이상

23. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2$$

$$= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \frac{1}{x^6y^2}$$

$$x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2$$

$$3a + 3b - 6 = 3$$

$$\therefore a + b = 3$$

$$a + 2b - 2 = 2$$

$$\therefore a + 2b = 4$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

24. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

2, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32, \dots$ 이므로

2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.

$97 \div 4 = 24 \cdots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$

3, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243, \dots$ 이므로

3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

$98 \div 4 = 24 \cdots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$

$\therefore 2 \times 9 = 18$

25. 일차부등식 $(b-1)x^2 + ax - bx > 3(a-1)$ 을 풀면? (단, $a < 1$)

① $x < 1$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -1$

해설

주어진 식이 일차부등식이므로 이차항의 계수가 0 즉, $b = 1$ 이다.

따라서 $ax - x > 3(a-1)$ 이 되어 $(a-1)x > 3(a-1)$

이때, $a < 1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌고, 부등식의 해는 $x < 3$

26. 희재는 20000 원을 가지고 집에서 마트를 가는데 2000 원 하는 참치와 3000 원 하는 소시지를 사려고 하고, 집에서 마트까지의 왕복차비는 2000 원이다. 희재는 참치는 하나만 사고 나머지는 소시지를 사려고 한다. 소시지는 한 개를 살 때 한 개를 더 주는 행사를 한다고 할 때, 희재가 사게 되는 소시지의 최대 개수는 몇 개인가?

① 5 개

② 7 개

③ 10 개

④ 12 개

⑤ 14 개

해설

희재가 가지고 있는 돈이 20000 원이므로 그 이하로 물건을 사야 한다. 참치는 하나만 산다고 했으므로 가격은 2000 원이 되고, 소시지의 살 개수를 x 개라고 하면 $3000x$ 원어치 소시지를 사게 되고 차비는 왕복 2000 원이라고 했으므로 총 들어 가는 돈은 $(2000 + 3000x + 2000)$ 원이다. 20000 원 내에서 사야 하므로 $2000 + 3000x + 2000 \leq 20000$ 이 된다.

계산하면

$$2 + 3x + 2 \leq 20$$

$$3x \leq 16$$

$$\therefore x \leq \frac{16}{3} = 5.\times\times\times$$

이므로 소시지는 5 개를 사게 된다. 한 개를 살 때 한 개를 더 준다고 했으므로 총 사게 되는 소시지는 10 개가 된다.

27. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 정리하면

$$5x - 20a \geq 12x - 8 \text{ 에서 } -7x \geq 20a - 8$$

$$\therefore x \leq \frac{-20a + 8}{7}$$

부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로

$$\frac{-20a + 8}{7} = -16$$

$$-20a + 8 = -112$$

$$-20a = -120$$

$$\therefore a = 6$$

28. 다람쥐가 18m 높이의 나무를 오르려고 한다. 이 다람쥐는 1 시간 올라가면 2m 씩 내려가는 습관이 있다고 한다. 4 시간 이내에 나무를 오르려 할 때, 다람쥐는 1 시간에 적어도 몇 m 씩 올라가야 하는지 구하면?

① 3m

② 4m

③ 5m

④ 6m

⑤ 7m

해설

다람쥐가 1 시간에 올라가야 할 거리를 x 라 할 때

$$4x - 3 \times 2 \geq 18, \quad x \geq 6$$

다람쥐는 1 시간에 적어도 6m 이상 올라가야 한다.

29. x 가 자연수이고, 부등식 $-5 + 2x < x - a$ 을 만족하는 해의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 3$

② $1 < a \leq 3$

③ $2 \leq a < 3$

④ $0 < a \leq 3$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설

$-5 + 2x < x - a$ 를 정리하면 $x < 5 - a$,
자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 2개이므로 $2 < 5 - a \leq 3$ 이 되어야 한다.

$$-3 < -a \leq -2$$

$$\therefore 2 \leq a < 3$$

30. $\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 일 때, $\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 의 양변에 $x-y$ 를 곱하면

$$1 = \frac{z}{-(x-y)(x+y)} \times (x-y) = \frac{z}{-(x+y)}$$

$$\therefore x+y+z=0 \cdots \textcircled{7}$$

$$\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$$

$$= \left(\frac{z}{x} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x} \right)$$

$$= \frac{y+z}{x} + \frac{x+z}{y} + \frac{x+y}{z} \quad (\textcircled{7} \text{을 대입})$$

$$= \frac{-x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{-z}{z} = -1 - 1 - 1 = -3$$