

1. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 3 개일 때, $n(A)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $3 + 1 = 4$ 개이며, $2^n = 4 \therefore n = 2$ 이다.

2. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $a < b$ 이면 $a + c > b + c$

② $a < b$ 이면 $a - c > b - c$

③ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $ac > bc$

④ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

⑤ $ac < bc$ 이면 $a > b$

해설

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

i) 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $a = b$, $a < b$ 중에서 어느 하나만이 성립한다.

ii) $a > b$, $b > c$ 이면 $a > c$

iii) $a > b$ 이면 $a \pm c > b \pm c$

iv) $a > b$, $c > 0$ 이면 $ac > bc$

v) $a > b$, $c < 0$ 이면 $ac < bc$

따라서 참인 것은 ④이다.

3. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

① $y = x - 2$

② $y = x^2$

③ $y = x^3$

④ $y = x^2 - 2x$ (단, $x \geq 1$)

⑤ $y = |x - 1|$ (단, $x \geq 1$)

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.

그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

4. 서로 다른 동전 두 개와 주사위 한 개를 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는?

① 16

② 20

③ 24

④ 32

⑤ 36

해설

동전을 한 번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 2 가지, 주사위를 한번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 6 가지 이므로
 $\Rightarrow 2 \times 2 \times 6 = 24$

5. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\emptyset \subset A$

㉡ $\{3, 5, 7\} \subset A$

㉢ $1 \in A$

㉣ $2 \in A$

㉤ $\{2\} \in A$

① ㉠

② ㉢

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉢ $1 \notin A$

㉤ $\{2\} \subset A$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 짝수를 포함하는 집합의 개수는?

① 12개

② 13개

③ 14개

④ 15개

⑤ 16개

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 적어도 한 개의 짝수를 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수
로만 이루어진 집합 $\{1\}$ 의 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$$\therefore 2^4 - 2^1 = 14(\text{개})$$

7. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $(A^c \cup B^c) \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 24

② 25

③ 26

④ 27

⑤ 28

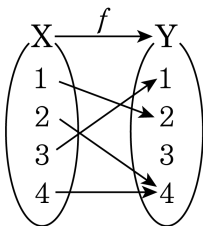
해설

$$(A^c \cup B^c) \cup B = (A \cap B)^c \cup B = U$$

따라서, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 함수가 아니다.
- ㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉤ 일대일대응이다.



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.
- ㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.
- ㉣ 치역은 1, 2, 4이다.
- ㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(X)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

9. 함수 $y = \frac{bx+2}{ax-1}$ 의 정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

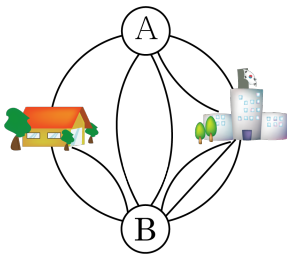
해설

정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,

$a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

10. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



- ① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집 $\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

(2) 집 $\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집 $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

11. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

①

12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수하려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

12. 함수 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 에 대하여 $f^{101}(-1)$ 의 값은? (단, $f^n = f \circ f \circ \dots \circ f$)

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$f(-1) = \frac{1}{2}, \quad f^2(-1) = 2, \quad f^3(-1) = -1, \quad f^4(-1) = \frac{1}{2} \quad \dots$$

주기가 3 으로 반복되므로

$$f^{101} = (f^3)^{33} \circ f^2 = f^2 = 2$$

13. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2

나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!

$$4! \times 2 = 48$$

14. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24

② 30

③ 60

④ 72

⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

15. 두 자연수 a, b 에 대하여 등식 ${}_{15}C_a = {}_{15}C_{6-b}$ 가 성립할 때, 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

① 12

② 11

③ 10

④ 9

⑤ 8

해설

${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로 ${}_{15}C_a = {}_{15}C_{6-b}$ 에서,

$$a + 6 - b = 15 \quad \therefore a - b = 9$$

또한 ${}_{15}C_a = {}_{15}C_{6-b}$ 에서 $a = 6 - b$ 이므로

$$\therefore a + b = 6$$

따라서 두 자연수 a, b 의 순서쌍의 개수는

$(10, 1), (11, 2), (12, 3), (13, 4),$

$(14, 5), (15, 6), (1, 5), (2, 4),$

$(3, 3), (4, 2), (5, 1)$ 의 11개이다.

16. 5 명의 사람을 2 명, 2 명, 1 명씩 서로 색깔이 다른 3 개의 오리 보트에 나누어 타는 방법의 수는?

① 15가지

② 60가지

③ 90가지

④ 180가지

⑤ 540가지

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$$

17. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{1, 7\}$, $A^c \cap B = \{4, 6\}$ 일 때 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면?

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{2, 3, 5, 6\}$ ③ $\{2, 3, 5, 7\}$
④ $\{2, 3, 6\}$ ⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$A^c \cap B^c = \{1, 7\} = (A \cup B)^c \text{ 에서 } A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A^c \cap B = \{4, 6\} = B \cap A^c = B - A \text{ 에서 } B \text{ 에만 속하는 원소가 } 4, 6 \text{ 이므로}$$

집합 A 의 원소는 2, 3, 5 이고 따라서 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다.

18. 다음은 ‘ x, y 가 자연수일 때, xy 가 짝수이면 x 또는 y 가 짝수이다.’를 증명하는 과정이다.(가), (나), (다)에 들어갈 말로 알맞게 짝지어진 것은?

주어진 명제의 대우는 ‘자연수 x, y 에 대하여 x 와 y 가 (가)이면 xy 도 (가)이다.’이다.

$x = 2a - 1, y = 2b - 1$ (a, b 는 자연수)라 하면

$xy = (2a - 1)(2b - 1) = 2(2ab - a - b) + 1$ 이므로 xy 는 (나)가 된다.

따라서, 대우가 (다)이므로 주어진 명제도 (다)이다.

① 짝수, 홀수, 참

② 짝수, 짝수, 참

③ 짝수, 짝수, 거짓

④ 홀수, 홀수, 참

⑤ 홀수, 홀수, 거짓

해설

주어진 명제의 대우는 ‘자연수 x, y 에 대하여 x 와 y 가 홀수이면 xy 도 홀수이다.’이다.

$x = 2a - 1, y = 2b - 1$ (a, b 는 자연수)라 하면

$xy = (2a - 1)(2b - 1) = 2(2ab - a - b) + 1$ 이므로 xy 는 홀수가 된다.

따라서, 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

19. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y = |x+a|+b+c$ 의 최솟값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

f^{-1} 의 역함수가 f 이므로 $f(x) = (f^{-1})^{-1}(x)$

$$y = f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3} \text{ 를}$$

$$x \text{에 대하여 풀면, } x = \frac{3y+4}{y+2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸면, } y = f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{x+c} \text{ 이므로 } a=3, b=4, c=2$$

함수 $y = |x+3|+6$ 은 $x = -3$ 일 때, 최솟값 6을 갖는다.

20. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X 에서 Y 로의 함수의 개수는?

① 120 개

② 180 개

③ 240 개

④ 300 개

⑤ 360 개

해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함숫값을 가진다.

집합 X 의 원소 중 같은 함숫값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_2 = 10$$

택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X 의 원소 4개를 집합 Y 의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240(\text{개})$