

1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 8x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 두 점에서 만날 때, 자연수 k 의 개수는?

① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개 ④ 13 개 ⑤ 15 개

해설

그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면
 $x^2 - 8x + k = 0$ 의 판별식이 0 보다 커야한다.

$$\Rightarrow D' = 4^2 - k > 0$$

$$\Rightarrow k < 16$$

$\therefore$ 자연수 k 의 개수 : 15 개

3. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

4. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 0, a > 1$ ② $0 < a < 1$ ③ $a < 1, a > 2$
④ $1 < a < 2$ ⑤ $a < -1, a > 2$

해설

$y = x^2 - 2ax + a$ 의 그래프가
 x 축과 만나지 않으면
판별식 D 가 $D < 0$ 이므로
 $\frac{D}{4} = a^2 - a < 0, a(a - 1) < 0$
 $\therefore 0 < a < 1$

5. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

6. 이차함수 $y = x^2 + (k - 3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$

② $-1 < k < 8$

③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$

⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k - 3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

7. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

8. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

9. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

10. 이차함수 $y = x^2 + ax + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 3x - 8$ 이 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 < a < -1$ ② $-3 < a < 9$ ③ $-1 < a < 4$
④ $2 < a < 6$ ⑤ $4 < a < 7$

해설

이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 3x - 8$,
즉 $x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$ 이 이차방정식이 허근을 가져야 하므로
 $D = (a - 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$
 $a^2 - 6a - 27 < 0$
 $(a + 3)(a - 9) < 0$
 $\therefore -3 < a < 9$

11. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나기 위한 k 의 최솟값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

두 그래프가 만나려면 연립 방정식의 판별식이 0 보다 크거나 같아야 한다.

$$\Rightarrow 2x + k = x^2 - 6x + 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 - k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4^2 - 12 + k \geq 0$$

$$\Rightarrow k \geq -4$$

$\therefore$ 최솟값 : -4

12. 곡선 $y = -x^2 + kx$ 과 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두점에서 만나도록 하는 k 의 값이 아닌 것은?

① -6

② -3

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

곡선과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면
 $-x^2 + kx = x + 1$ 의 판별식이 0 보다 커야 한다.
 $\Rightarrow x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0, (k + 1)(k - 3) > 0$
 $k < -1$ 또는 $k > 3$
 $\therefore 3$ 은 주어진 조건을 만족시키지 못한다.

13. 이차함수 $y = -x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 만나지 않도록 하는 k 값의 범위를 구하면?

① $-8 < k < -1$

② $-8 < k < 0$

③ $-6 < k < 1$

④ $-6 < k < 2$

⑤ $-6 < k < 2$

해설

두 함수가 만나지 않으려면
두 식을 연립하였을 때 판별식이
0보다 작아야 한다.
 $\Rightarrow -2x + 1 = -x^2 + kx + k$
 $\Rightarrow x^2 - (k + 2)x + 1 - k = 0$
 $D = (k + 2)^2 - 4(1 - k) < 0$
 $k^2 + 8k < 0$
 $\Rightarrow -8 < k < 0$

14. 직선 $y = mx - 1$ 은 곡선 $y = x^2 + x$ 와 서로 다른 두 점에서 만나고, 곡선 $y = x^2 - x$ 와는 만나지 않는다고 한다. 이때, 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $1 < m < 3$ ② $-1 < m < 3$ ③ $-1 < m < 1$
 ④ $-3 < m < 1$ ⑤ $-3 < m < -1$

해설

(i) 직선 $y = mx - 1$ 과 곡선 $y = x^2 + x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나므로
 이차방정식 $x^2 + (1 - m)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라하면
 $D_1 = (1 - m)^2 - 4 > 0$ 에서 $m^2 - 2m - 3 > 0$
 $\therefore m < -1$ 또는 $m > 3 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 (ii) 직선 $y = mx - 1$ 과 곡선 $y = x^2 - x$ 는 만나지 않으므로
 이차방정식 $x^2 - (m + 1)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면
 $D_2 = (m + 1)^2 - 4 < 0$ 에서 $m^2 + 2m - 3 < 0$
 $\therefore -3 < m < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 따라서 ①, ②의 공통범위를 구하면
 $-3 < m < -1$

15. 두 이차함수 $y = x^2$, $y = -x^2 - 2x - 1$ 의 그래프에 동시에 접하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^3 + b^3$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① -9

② -8

③ -7

④ -6

⑤ -5

해설

이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와
직선 $y = ax + b$ 가 접하므로
이차방정식 $x^2 = ax + b$,
즉 $x^2 - ax - b = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 할 때,
 $D_1 = (-a)^2 - 4 \cdot (-b) = 0, a^2 + 4b = 0$
 $\therefore 4b = -a^2 \quad \cdots \textcircled{A}$
또, 이차함수 $y = -x^2 - 2x - 1$ 의 그래프와
직선 $y = ax + b$ 가 접하므로
이차방정식 $-x^2 - 2x - 1 = ax + b$,
즉 $x^2 + (a+2)x + b+1 = 0$ 의 판별식을
 D_2 라 할 때,
 $D_2 = (a+2)^2 - 4(b+1) = 0$
 $\therefore a^2 + 4a - 4b = 0 \quad \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하여 정리하면 $2a^2 + 4a = 0$
 $2a(a+2) = 0 \quad \therefore a = -2 (\because a \neq 0)$
 $a = -2$ 를 $\textcircled{A}$ 에 대입하면
 $4b = -4 \quad \therefore b = -1$
 $\therefore a^3 + b^3 = (-2)^3 + (-1)^3 = -9$

16. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 2am - 2m + b$ 의 그래프가 m 의 값에 관계없이 x 축에 접할 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

이차방정식 $x^2 - 2ax + 2am - 2m + b = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2am - 2m + b) = 0$$

$$\therefore a^2 - 2am + 2m - b = 0$$

이 식이 m 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(2 - 2a)m + (a^2 - b) = 0 \text{에서}$$

$$2 - 2a = 0, a^2 - b = 0$$

따라서 $a = 1, b = 1$ 이므로 $ab = 1$

17. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가 a 의 값에 관계없이 직선 $y = mx + n$ 과 접할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가

직선 $y = mx + n$ 과 접하므로

$$x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1 = mx + n$$

$$\text{즉, } x^2 - (2a + m)x + a^2 + 2a - n - 1 = 0$$

$$\therefore 4am + m^2 - 8a + 4n + 4 = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(4m - 8)a + (m^2 + 4n + 4) = 0$$

$$4m - 8 = 0, \quad m^2 + 4n + 4 = 0 \text{에서}$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = 2, n = -2$

$$\therefore m + n = 0$$

18. 유리수 a, b 에 대하여 곡선 $y = x^2 - a$ 와 $y = bx$ 가 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 P 의 x 좌표가 $\sqrt{5} + 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 곡선 $y = x^2 - a$ 와 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표는 $x^2 - bx - a = 0$ 의 두 근이다.

$\sqrt{5} + 1$ 이 근이므로, $-\sqrt{5} + 1$ 도 근이다.

근과 계수의 관계에 의해

$$b = \sqrt{5} + 1 - (-\sqrt{5} + 1) = 2$$

$$-a = (\sqrt{5} + 1)(-\sqrt{5} + 1) = -4$$

$$\therefore a = 4 \quad \therefore a + b = 6$$

19. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 한 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + ax + a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 y 를 소거하여 정리하면

$$x^2 + ax + a = x + 1$$

$$\therefore x^2 + (a-1)x + a-1 = 0$$

㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 D 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$$

$$\therefore (a-1)\{(a-1)-4\} = 0$$

$$\therefore (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } 5$$

따라서 구하는 a 의 값은 6

20. 직선 $y = ax + 1$ 이 두 이차함수 $y = x^2 + x + 2$, $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프와 모두 만나지 않도록 상수 a 의 값의 범위를 정하면 $\alpha < a < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선과 이차함수를 연립하여 판별식이
0 보다 작으면 직선과 이차함수가 만나지 않는다.

$$\begin{aligned} 1) \quad & ax + 1 = x^2 + x + 2 & 2) \quad & ax + 1 = -x^2 + 4x \\ \Rightarrow & x^2 + (1-a)x + 1 = 0 & \Rightarrow & x^2 + (a-4)x + 1 = 0 \\ D = & (a-1)^2 - 4 < 0 & D = & (a-4)^2 - 4 < 0 \\ \Rightarrow & -1 < a < 3 & \Rightarrow & 2 < a < 6 \end{aligned}$$

$\therefore$ 1), 2) 의 공통 해 : $2 < a < 3$

$\therefore \alpha + \beta = 5$

21. 직선 $y = 2x + a$ 와 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프가 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

직선 $y = 2x + a$ 와 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프가 한 점에서 만나므로

이차방정식 $2x + a = x^2 - 1$, 즉 $x^2 - 2x - a - 1 = 0$ 의 판별식을

D라 하면

$$\frac{D}{4} = 1 + a + 1 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

22. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 범위는?

① $k < 1$ 또는 $k > 5$

② $1 < k < 5$

③ $1 \leq k \leq 5$

④ $k < -5$ 또는 $k > -1$

⑤ $1 < k < 3$

해설

이차방정식 $x^2 + kx + k = x + 1$, 즉 $x^2 + (k - 1)x + k - 1 = 0$

이 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로

$$D = (k - 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, \quad (k - 1)(k - 5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

23. 직선 $y = ax + 1$ 이 이차함수 $y = x^2 - 3x + 5$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나고, 이차함수 $y = x^2 + 3x + 5$ 의 그래프와는 만나지 않을 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < -7$ 또는 $a > 1$ ② $-1 < a < 7$

③ $a < 7$ ④ $-7 < a < 1$

⑤ $1 < a < 7$

해설

$$ax + 1 = x^2 - 3x + 5 \text{ 에서 } x^2 - (a + 3)x + 4 = 0$$

$$(\text{판별식}) = (a + 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 > 0$$

$$a < -7 \text{ 또는 } a > 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$ax + 1 = x^2 + 3x + 5 \text{ 에서 } x^2 - (a - 3)x + 4 = 0$$

$$(\text{판별식}) = (a - 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 < 0$$

$$\therefore -1 < a < 7 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

①, ②를 동시에 만족하는 상수 a 의 값의 범위는 $1 < a < 7$

24. 이차함수 $y = 2x^2 - mx + 3$ 과 직선 $y = 2x + 1$ 이 접할 때, 양수 m 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

이차함수와 직선이 접하면 두 방정식을 연립했을 때 판별식이 0 이다.

$$\begin{cases} y = 2x^2 - mx + 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - mx + 3 = 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - (m + 2)x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow D = (m + 2)^2 - 16 = 0$$

$$m = 2, -6$$

$$\therefore m = 2 \quad (\because m > 0)$$

25. 이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, $f(a) = a^2 - 2a + 2$ 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 5

해설

x 축과 만나지 않으려면
판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow D = a^2 - 4 < 0$$

$$\therefore -2 < a < 2$$

$$f(a) = (a - 1)^2 + 1$$

$\therefore a = 1$ 일 때, 최솟값 1

26. 이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a < -1$ 또는 $a > 1$

② $a < -2$ 또는 $a > 2$

③ $1 < a < -1$

④ $-2 < a < 2$

⑤ $a = -1$ 또는 $a = 1$

해설

이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가
 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 에서
판별식의 값은 양이다.
즉 $D = a^2 - 4 > 0$
 $\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$

27. 포물선 $y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과 서로 만나지 않을 때의 k 의 범위를 구하면?

① $k < \frac{1}{2}$

② $k < -\frac{1}{2}$

③ $k > \frac{1}{4}$

④ $k < \frac{1}{4}$

⑤ $k > -\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과

만나지 않으려면 판별식 D 가

$D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - 4k < 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{4}$$

28. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

29. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프에 의하여 잘려지는 x 축의 길이가 3일 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k$, $\alpha\beta = 3k + 2$

잘려지는 x 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$

이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$

$k^2 - 12k - 17 = 0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 12이다.

30. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 정수 k 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

이차방정식 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때 $D < 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 9 < 0$$

$$k^2 - 2k - 8 < 0, \quad (k+2)(k-4) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 4$$

따라서, k 값 중 정수인 것은 $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

31. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -4$ 또는 $k > 4$

② $k < -2$ 또는 $k > 2$

③ $k < -1$ 또는 $k > 1$

④ $k < -\frac{2}{3}$ 또는 $k > \frac{2}{3}$

⑤ $k < -\frac{1}{4}$ 또는 $k > \frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 에서 $D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = k^2 - 16$
 $D = k^2 - 16 > 0$ 이어야 하므로 $(k + 4)(k - 4) > 0$
 $\therefore k < -4$ 또는 $k > 4$

32. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < -2, k > 2$ ② $k < -4, k > 4$ ③ $k < -1, k > 1$
④ $k < 0, k > 4$ ⑤ $k < 0, k > 2$

해설

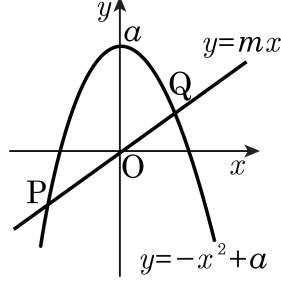
판별식 D 가 $D > 0$ 이어야 하므로

$$D = k^2 - 4 \cdot 4 > 0$$

$$(k - 4)(k + 4) > 0$$

$$\therefore k < -4, k > 4$$

33. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + a$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 일 때, $a + m$ 의 값을 구하여라. (단, a, m 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와 $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q의 x 좌표는 방정식이 $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.

점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 이므로

방정식 $x^2 + mx - a = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{5} - 1$ 이다.

그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} - 1$ 이다.

따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-m = (\sqrt{5} - 1) + (-\sqrt{5} - 1) = -2$$

$$-a = (\sqrt{5} - 1)(-\sqrt{5} - 1) = -4$$

$$\therefore a = 4, m = 2 \quad \therefore a + m = 6$$

34. 이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와 직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표가 각각 $0, -3$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와

직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표 $0, -3$ 은

이차방정식 $ax^2 - (b+5)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\text{두근의합}) = 0 + (-3) = \frac{b+5}{a}$$

$$\therefore 3a + b = -5 \cdots \text{㉠}$$

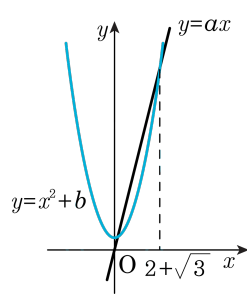
$$(\text{두 근의 곱}) = 0 \cdot (-3) = \frac{-a-2}{a}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\text{㉠에서 } b = 1 \text{ 이므로 } a + b = -1$$

35. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$x^2 + b = ax$,
 즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.
 이때, a, b 는 모두 유리수이므로
 방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면
 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
 따라서 근과 계수와의 관계에 의하여
 $a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$,
 $b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$
 $\therefore a + b = 5$