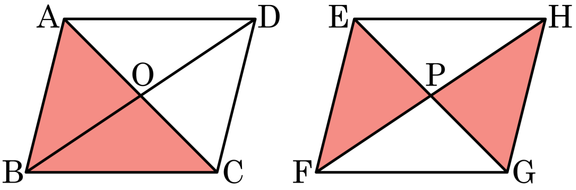
1. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $24\mathrm{cm}^2$ 일 때, 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



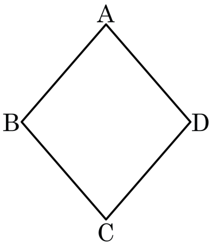
▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $24\,\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는 전체의 절반이 된다.
평행사변형 EFGH 의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle PEF + \triangle PGH = \triangle PEH + \triangle PFG$ 이므로 전체의 절반이 된다. 따라서 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이와 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이는 같다.

2. 다음 □ABCD 가 마름모일 때, 옳은 것은?



① $\angle A = \angle B$ 이다.

② $\angle A < 90°$ 이다.

③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

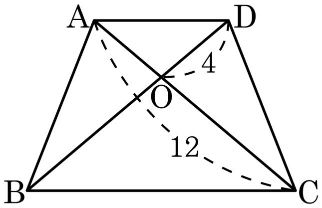
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 그 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

3. 다음 그림에서 □ABCD가 등변사다리꼴이고 $\overline{AC} = 12$, $\overline{DO} = 4$일 때, $\overline{BO}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

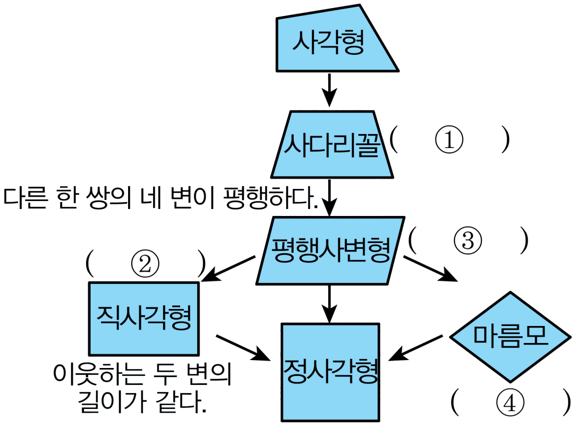
▷ 정답 : 8

해설

등변사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{BD} = \overline{AC} = 12$이다.

$\therefore\ \overline{BO} = 12 - 4 = 8$ 이다.

4. 다음 괄호 안에 들어갈 알맞은 서술을 보기에서 골라 그 기호를 차례대로 써 넣어라.(단, 같은 기호가 중복해서 나올 수 있다.)



보기

㉠ 한 쌍의 대변이 평행하다.
㉡ 네 각이 같다.
㉢ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

해설

여러 가지 사각형의 관계
1. 평행사변형은 다음의 각 경우에 직사각형이 된다.
(1) 한 내각의 크기가 $90°$ 일 때
(2) 두 대각선의 길이가 같을 때
2. 평행사변형은 다음의 각 경우에 마름모가 된다.
(1) 이웃하는 두 변의 길이가 같을 때
(2) 두 대각선이 서로 수직으로 만날 때
(3) 대각선이 한 내각을 이등분 할 때

5. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은?

① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형이다.

6. 다음 보기의 조건에 알맞은 사각형은?

보기

두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.

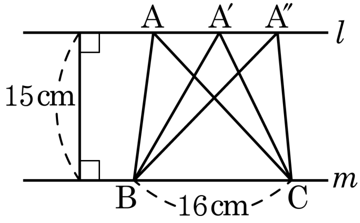
① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

7. 다음 그림에서 $l // m$ 이다. l과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{BC} = 16$cm 일 때, $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$, $\triangle A''BC$의 넓이의 비는?



① 1 : 1 : 1
② 1 : 2 : 1
③ 1 : 2 : 3
④ 2 : 1 : 2
⑤ 2 : 3 : 1

해설

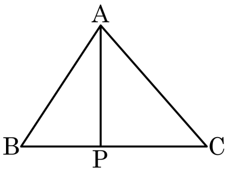
세 변의 삼각형의 밑변, 높이의 길이가 같으므로

$\triangle ABC = \triangle A'BC = \triangle A''BC = \dfrac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC : \triangle A'BC : \triangle A''BC = 1 : 1 : 1$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{BP} : \overline{PC} = 3 : 4$이고, $\triangle ABC$의 넓이가 $49\,cm^2$일 때, $\triangle APC$의 넓이는?



① $14\,cm^2$　② $21\,cm^2$　③ $28\,cm^2$

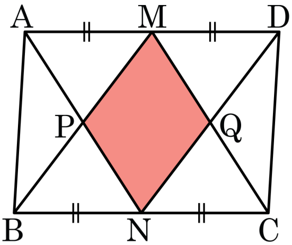
④ $30\,cm^2$　⑤ $42\,cm^2$

해설

$\triangle ABP$와 $\triangle APC$의 높이는 같으므로

$\triangle APC = 49(cm^2) \times \frac{4}{7} = 28(cm^2)$

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라한다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 32cm^2 라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $8\,\underline{\text{cm}^2}$

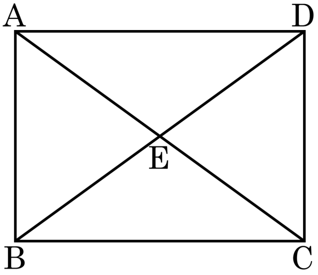
해설

$\triangle PAB = \triangle PNM$ 이고 $\triangle QMN = \triangle QCD$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $\square PNQM$ 과 같다.

$\square PNQM$ 의 넓이는 전체 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이도 $\frac{1}{4}$ 이 된다.

$\frac{1}{4} \times 32 = 8(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = 7x - 1$, $\overline{ED} = 5x + 5$ 일 때, 대각선 AC 의 길이는?



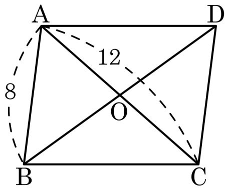
① 38 cm ② 40 cm ③ 42 cm ④ 44 cm ⑤ 46 cm

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이고, $\overline{BE} = \overline{DE}$ 이므로

$7x-1 = 5x+5, 2x = 6, x = 3$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = 2(5\times3+5) = 40(\mathrm{cm})$ 이다.

11. $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=12$ 인 평행사변형 ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{CD}=8$

② $\angle A+\angle D=180°$

③ $\overline{BD}=12$

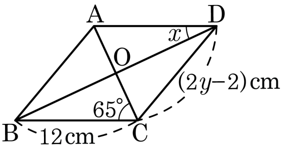
④ $\angle A=90°$

⑤ $\angle AOD=90°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 되므로 $\angle A=90°$, $\overline{AC}=\overline{BD}$ 이다.

12. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.

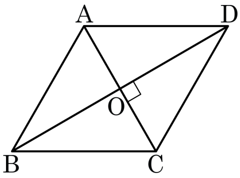
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.

마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.

따라서 $12 = 2y - 2$, $y = 7$이다.

$\therefore\ x - y = 25 - 7 = 18$

13. 평행사변형의 두 대각선이 직교하면 마름모가 됨을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



$\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 라고 가정하자. □ABCD 가 평행사변형이므로 ㉠ $\underline{\overline{AB}=\overline{CD}}$, ㉡ $\underline{\overline{AD}=\overline{BC}}$ $\cdots$ ⓐ △AOB 와 △AOD 에서 ㉢ $\underline{\overline{OB}=\overline{OD}}$, $\overline{OA}$ 는 공통 $\angle AOB=\angle AOD$ 이므로 $\triangle AOB\equiv\triangle AOD$ (㉣ <u>RHA</u> 합동) ㉤$\therefore$ $\underline{\overline{AB}=\overline{AD}}$ $\cdots$ ⓑ ⓐ,ⓑ에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$ 따라서 □ABCD 는 마름모이다.

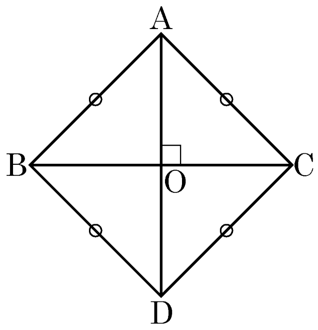
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ <u>RHA</u> 합동 ⇒ SAS 합동

14. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} // \overline{CD}$	㉡ $\overline{AD} = \overline{BC}$
㉢ $\angle B + \angle D = 180°$	㉣ $\overline{BC} = \overline{CD}$
㉤ $\angle ABO = \angle CBD$	㉥ $\angle A = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

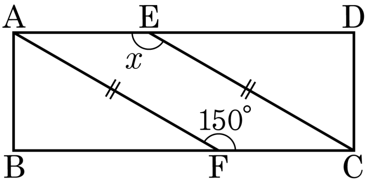
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

마름모가 정사각형이 될 조건
두 대각선의 길이가 같다. → ㉡ $\overline{AC} = \overline{BD}$
한 내각이 $90°$ 이다. → ㉥ $\angle A = 90°$

15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\angle AFC = 150°$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 150 °

해설

□AFGE는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x = 150°$이다.

16. 다음 중 사각형에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

② 이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 정사각형이다.

③ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

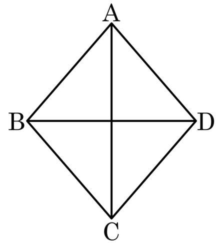
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

해설

이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

17. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

18. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

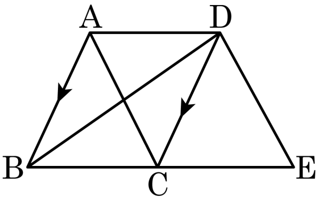
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$ 이고, $\triangle ABC = 16\text{cm}^2$, $\triangle DBE = 34\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABED$ 의 넓이는?



① 30cm^2　② 35cm^2　③ 40cm^2　④ 45cm^2　⑤ 50cm^2

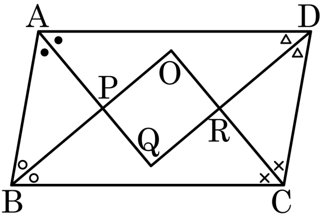
해설

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABC = \triangle ABD = 16(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABED = \triangle ABD + \triangle DBE$

$= 16 + 34 = 50(\text{cm}^2)$

20. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로

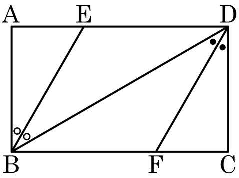
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$

$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$

마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$

$\therefore$ 직사각형

21. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE} = 8\text{cm}$일 때, □EBFD의 둘레는?



① 30cm ② 32cm ③ 34cm

④ 36cm ⑤ 38cm

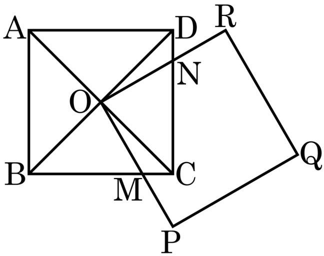
해설

$\overline{EB} // \overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.

따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE} = \overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

$\overline{DE} = 8\text{cm}$이므로 둘레는 $4 \times 8 = 32(\text{cm})$이다.

22. 오른쪽 그림에서 O 는 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이며 또, 두 정사각형 □ABCD 와 □OPQR 은 합동이다. □OPQR 이 점 O 를 중심으로 회전을 하며, $\overline{OP}$ 와의 교점 M 이 $\overline{BC}$ 위를 움직일 때, □OMCN 의 넓이는 얼마인가? (단, $\overline{AB} = 4\text{cm}$)



① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2 ④ 5cm^2 ⑤ 6cm^2

해설

$\triangle$OMC 와 $\triangle$OND 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$

$\angle OCM = \angle ODN = 45°$

$\angle COM = 90° - \angle CON = \angle DON$

$\therefore \ \angle COM = \angle DON$

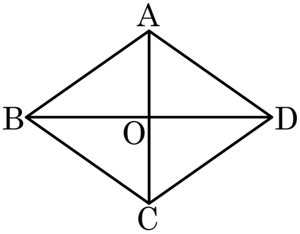
$\therefore \triangle OMC \equiv \triangle OND$(SAS 합동)

즉, $\triangle OMC = \triangle OND$

따라서 □OMCN 의 넓이는 $\triangle$OBC 의 넓이와 같다.

$\therefore$ □OMCN $= \dfrac{1}{4}$□ABCD $= 4(\text{cm}^2)$

23. 다음 중 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$ ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

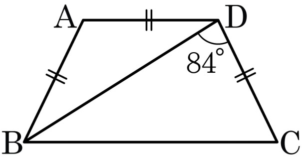
④ $\overline{BO} = \overline{DO}$ ⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$

해설

마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분한다.

$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

24. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 84°$ 일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

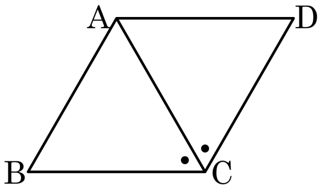
▷ 정답 : $64°$

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 96°$ 이므로, $\angle C = 64°$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle ACB = \angle ACD$ 이고, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, □ABCD의 둘레를 구하면?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\angle ACB = \angle ACD$ 이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{AD} = 4\text{cm}$ 이므로 둘레는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$ 이다.