**1.** 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4 를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x-1)^2$

② $y = 2(x-1)^2 + 4$

③ $y = 2(x+1)^2 + 4$

④ $y = -2(x+1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x-1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 + 4$

**2.** $x = -1$ 일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점 $(1,\ -1)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$
② $y = (x-2)^2 - 3$
③ $y = -2(x-1)^2 + 3$
④ $y = -(x+1)^2 + 3$
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(-1,\ 3)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 + 3$
$(1,\ -1)$ 을 대입하면 $-1 = 4a + 3$
$a = -1$
$\therefore\ y = -(x+1)^2 + 3$

**3.** $x=0$ 일 때, 최댓값 $-1$ 을 갖고 한 점 $(2,\ -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y=-2(x+1)^2-4$
② $y=(x-2)^2-3$
③ $y=-2(x-1)^2+3$
④ $y=-(x+1)^2+3$
⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2-1$

해설

꼭짓점이 $(0,\ -1)$ 이므로 $y=ax^2-1$
$(2,\ -3)$ 을 대입하면 $-3=4a-1$
$a=-\frac{1}{2}$
$\therefore\ y=-\frac{1}{2}x^2-1$

**4.** $x=-2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0,\ -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y=-\frac{3}{2}(x-2)^2+3$
② $y=-\frac{3}{2}(x+2)^2+3$
③ $y=-\frac{2}{3}(x-2)^2+3$
④ $y=-\frac{2}{3}(x+2)^2+3$
⑤ $y=-2x^2+3$

해설

$x=-2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y=a(x+2)^2+3$ 의 형태임을 의미한다.
이 중 $(0,\ -3)$ 을 지나면,

$-3=4a+3$

$4a=-6$

$a=-\frac{3}{2}$

$\therefore\ y=-\frac{3}{2}(x+2)^2+3$

**5.** 다음 중 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$의 인수인 것은?

① $2x + y - 2$ ② $2x - y + 2$ ③ $x - y + 1$
④ $x + y - 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설
$x$에 대한 내림차순으로 정리하면
$2x^2 - (y+4)x - y^2 + y + 2$
$= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2)$
$= \{2x + (y-2)\}\{x - (y+1)\}$
$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$

**6.** 다항식 $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x+2y+1$ ② $x+y-3$ ③ $2x+3y+2$
④ $x+y-2$ ⑤ $2x+3y-1$

해설

$x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$
$=x^2+(3y-1)x+2y^2-3y-2$
$=x^2+(3y-1)x+(y-2)(2y+1)$
$=(x+y-2)(x+2y+1)$

**7.** $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(3x+y-3)$
② $(x-y+1)(3x-y-3)$
③ $(3x+y+1)(x-y-3)$
④ $(x+y+1)(3x-y-3)$
⑤ $(x-y-1)(3x-y-3)$

해설

$3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$
$= \{3x - (y+3)\}(x+y+1)$
$= (x+y+1)(3x-y-3)$

**8.** $2x^2+2y^2+5xy-x+y-1$ 의 인수인 것은?

① $2x+y+1$　② $2x+y-1$　③ $2x-y-1$
④ $x+2y+1$　⑤ $x-2y-1$

해설

$2x^2+2y^2+5xy-x+y-1$
$=2x^2+(5y-1)x+(y+1)(2y-1)$
$=(x+2y-1)(2x+y+1)$

**9.** 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-2$이고, 최소공배수가 $x^3-6x^2+3x+10$일 때, 두 다항식의 합을 구하면? (단, 이차항의 계수는 모두 1이다.)

① $2x^2-6x+8$　② $2x^2-6x+7$　③ $2x^2-8x+8$
④ $2x^2-9x+10$　⑤ $2x^2+6x+9$

해설

구하는 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$이므로
두 다항식은 $(x-2)a, (x-2)b$ ($a, b$는 서로소)
최소공배수 $(x-2)ab = x^3-6x^2+3x+10$
$= (x-2)(x+1)(x-5)$
그러므로 $a = x-5, b = x+1$
또는 $a = x+1, b = x-5$
따라서 두 다항식은
$(x-2)(x-5) = x^2-7x+10$,
$(x-2)(x+1) = x^2-x-2$
$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2-8x+8$

**10.** 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 $x^3-2x^2-5x+6$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-3x+1$ ② $2x^2-2x-1$ ③ $2x^2+3x-5$
④ $2x^2+2x-4$ ⑤ $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을 $A,\ B$라고 하면
$AB=(x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$
$\quad=(x-1)^2(x+2)(x-3)$
$A,\ B$의 최대공약수가 $x-1$이므로
$A=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$
$B=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$
$\therefore\ A+B=2x^2-3x+1$

**11.** 이차항의 계수가 1 인 두 다항식 $A, B$ 의 최대공약수가 $x-1$ , 최소공배수가 $x^3-3x+2$ 일 때, $A+B$ 는?

① $2x^2-x-1$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2-2x-1$
④ $2x^2-2x+1$ ⑤ $2x^2-2x+3$

해설

$G=x-1,\ L=(x-1)^2(x+2)$
$A=(x-1)^2=x^2-2x+1,\ B=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$
$A+B=2x^2-x-1$

**12.** 최대공약수가 $x-2$이고, 최소공배수가 $x^3+2x^2-5x-6$인 두 다항식 $A, B$에 대하여 $A = x^2+x-6$일 때, 다항식 $B$를 구하면?

① $x^2-x-2$ ② $x^2-x+2$ ③ $x^2+2x-1$
④ $2x^2-x-1$ ⑤ $x^2+x+1$

해설

조립제법을 이용한다.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 2 | -5 | -6 |
| | | 2 | 8 | 6 |
| -1 | 1 | 4 | 3 | 0 |
| | | -1 | -3 | |
| -3 | 1 | 3 | 0 | |
| | | -3 | | |
| | 1 | 0 | | |

$x^3+2x^2-5x-6 = (x-2)(x+1)(x+3)$
$A = x^2+x-6 = (x+3)(x-2)$
$B = (x-2)(x+1) = x^2-x-2$
$\therefore \quad B = (x-2)(x+1) = (x^2-x-2)$

**13.** 방정식 $x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$ 을 풀면?

① $x=-2$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{3}$

② $x=2$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-5$

③ $x=-2\pm\sqrt{5}$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{6}$

④ $x=-3\pm\sqrt{5}i$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{6}i$

⑤ $x=-1$ 또는 $x=-5$ 또는 $-3\pm\sqrt{6}$

해설

$x(x+6)=x^2+6x$
$(x+2)(x+4)=x^2+6x+8$
$x^2+6x=X$ 로 놓으면
$x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$
$X(X+8)+15=0,$
$X^2+8X+15=0$
$(X+3)(X+5)=0$
$\therefore\ X=-3, X=-5$
㉠ : $X=-3 \Rightarrow\ x^2+6x+3=0,$
$x=-3\pm\sqrt{9-3}=-3\pm\sqrt{6}$
㉡ : $X=-5 \Rightarrow\ x^2+6x+5=0,$
$(x+5)(x+1)=0,\ x=-1,-5$

**14.** 방정식 $(x^2+x)^2+2(x^2+x+1)-10=0$ 의 모든 실근의 합은?

① $-10$　② $-2$　③ $-1$　④ $2$　⑤ $10$

해설

$(x^2+x)^2+2(x^2+x+1)-10=0$ 에서
$x^2+x=A$ 라 하면
$A^2+2A-8=0$,
$(A+4)(A-2)=0$
$\therefore\ A=-4$ 또는 $A=2$
( i ) $x^2+x=-4$ 일 때,
$x^2+x+4=0$
$\therefore\ x=\dfrac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$
( ii ) $x^2+x=2$ 일 때,
$x^2+x-2=0$,
$(x+2)(x-1)=0$
$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$
( i ), ( ii ) 에서 실근은 $x=-2$ 또는 $x=1$ 이므로 실근의 합은
$-2+1=-1$

**15.** 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2-2x)^2-6(x^2-2x)-16=0$$

① $4$　② $-4$　③ $-2$　④ $1+i$　⑤ $1-i$

해설

$x^2-2x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은
$X^2-6X-16=0,\ (X-8)(X+2)=0$
$\therefore x=8$ 또는 $X=-2$
(ⅰ) $X=8$ 일 때 $x^2-2x=8$ 에서 $(x-4)(x+2)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=-2$
(ⅱ) $X=-2$ 일 때$x^2-2x=-2$ 에서 $x^2-2x+2=0$
$\therefore x=1\pm i$
따라서 (ⅰ), (ⅱ) 에서 $x=4$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1\pm i$

**16.** 방정식 $(x^2+x+2)^2+8=12(x^2+x)$ 의 모든 근의 합은?

① 1　② 0　③ $-1$　④ $-2$　⑤ $-3$

해설

$x^2+x=Y$ 라 하면, $(Y+2)^2+8=12Y$

$Y^2-8Y+12=0$, $(Y-2)(Y-6)=0$

$Y=2$ 또는 $Y=6$

( i ) $Y=2$

$x^2+x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=-2$ 또는 $x=1$

( ii ) $Y=6$

$x^2+x-6=0 \quad \Rightarrow \quad x=-3$ 또는 $x=2$

$\therefore$ 모든 근의 합 $=-2$

**17.** 방정식 $(x^2+x+2)^2 = x^2+x+4$의 두 허근을 $\alpha$, $\beta$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은?

① $-5$ ② $-3$ ③ $-1$ ④ $1$ ⑤ $3$

해설

$(x^2+x+2)^2 = x^2+x+4$에서
$x^2+x+2 = A$라 하면
$A^2 = A+2$,
$A^2 - A - 2 = 0$, $(A+1)(A-2) = 0$
$\therefore\ A = -1$ 또는 $A = 2$
( i ) $x^2+x+2 = -1$일 때, $x^2+x+3 = 0$
( ii ) $x^2+x+2 = 2$일 때, $x^2+x = 0$
( i ), ( ii )에서 $\alpha$, $\beta$는 허근이므로 $x^2+x+3=0$의 근이 된다.
따라서, $\alpha+\beta = -1$, $\alpha\beta = 3$이므로
$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2\times 3 = -5$

**18.** 다음 방정식의 해가 <u>아닌</u> 것은?

$$(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=0$$

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=0$ 에서 $x^2+x=X$ 라 하면
$X^2-8X+12=0$, $(X-2)(X-6)=0$
$\therefore$ $X=2$ 또는 $X=6$
( i ) $X=2$ 일 때, $x^2+x=2$ 에서
$x^2+x-2=0$,
$(x-1)(x+2)=0$
$\therefore$ $x=1$ 또는 $x=-2$
( ii ) $X=6$ 일 때, $x^2+x=6$ 에서
$x^2+x-6=0$,
$(x+3)(x-2)=0$
$\therefore$ $x=-3$ 또는 $x=2$
( i ), ( ii ) 에서 주어진 방정식의 해는
$x=-3$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$
따라서, 해가 아닌 것은 ③

**19.** 사차식 $x^4-4x^2-12$ 를 복소수의 범위에서 인수분해하면?

① $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

② $(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})(x+2i)(x-2i)$

③ $(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

④ $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x+2i)(x-2i)$

⑤ $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{6}i)(x-\sqrt{6}i)$

해설

$x^4-4x^2-12,\quad x^2=Y$ 라 하자

$\Rightarrow\quad Y^2-4Y-12=(Y+2)(Y-6)=0$

$Y=-2$ 또는 $Y=6$

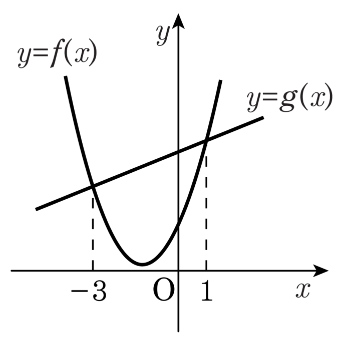
$\Rightarrow\quad x^2=-2,\quad x^2=6$

$\Rightarrow\quad x=\pm\sqrt{2}i,\quad x=\pm\sqrt{6}$

$\therefore\ x^4-4x^2-12$

$=(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

**20.** 아래 그림과 같이 두 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 4$ , $g(x) = cx + d$ 의 그래프가 $x = 1$ 과 $x = -3$ 에서 만난다. 이 때, 함수 $y = f(x) - g(x)$ 의 최솟값은?




① $-8$　② $-6$　③ $-4$　④ $2$　⑤ $4$

해설

두 함수를 연립하면,

$2x^2 + ax + 4 = cx + d$

$\Rightarrow 2x^2 + (a-c)x + 4 - d = 0 \cdots$ ㉠

근이 $-3, 1$ 이므로

$2(x+3)(x-1) = 0$ 과 일치한다.

㉠과 비교하면 $a - c = 4, d = 10$

$\therefore f(x) - g(x) = 2x^2 + (a-c)x + 4 - d$

$= 2x^2 + 4x - 6$

$= 2(x+1)^2 - 8$

$\therefore$ 최솟값 : $-8$

**21.** 이차함수 $y=2x^2-3x+1$의 그래프와 직선 $y=ax+b$의 두 교점의 $x$좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 $a$, $b$의 곱 $ab$의 값은?

① $-81$　② $-45$　③ $0$　④ $5$　⑤ $14$

해설

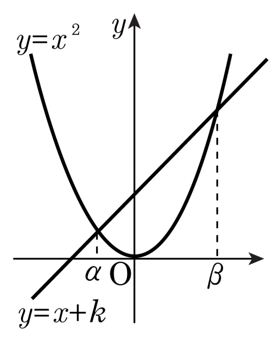
이차방정식 $2x^2-3x+1=ax+b$, 즉 $2x^2-(3+a)x+1-b=0$의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$1+5=\dfrac{3+a}{2},\ 1\times 5=\dfrac{1-b}{2}$

$\therefore a=9,\ b=-9$

$\therefore ab=-81$

**22.** 이차함수 $y=x^2$ 과 일차함수 $y=x+k$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?




**보기**

| | | |
|---|---|---|
| ㉠ $\alpha+\beta=1$ | ㉡ $k>0$ | ㉢ $\alpha\beta=-k$ |

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

**해설**

두 함수 $y=x^2$ 과 $y=x+k$ 의 그래프가 만나는 두 점의 $x$좌표가 $\alpha$, $\beta$이므로 이차방정식 $x^2=x+k$, 즉 $x^2-x-k=0$은 서로 다른 두 실근 $\alpha$, $\beta$를 갖는다.

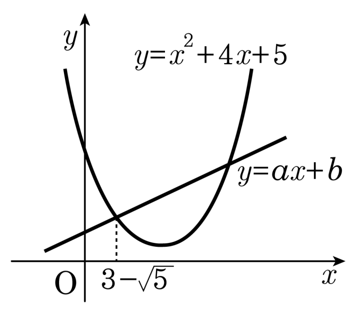
㉠ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=1\cdots$ (참)

㉡ 이차방정식 $x^2-x-k=0$의 판별식을 D라 하면 $\mathrm{D}=1+4\mathrm{k}>0$
에서 $k>-\frac{1}{4}\cdots$ (거짓)

㉢ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha\beta=-k\cdots$ (참)

따라서, 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

**23.** 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 $x$ 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 $a$, $b$ 의 합 $a + b$ 의 값은?




① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$ , $y = ax + b$ 에서
$y$ 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
$x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots$ ㉠
이 때, 계수가 유리수인 방정식 ㉠의 한 근이
$3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
$\therefore\ (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
$\therefore\ a = 2,\ b = 1$
$\therefore a + b = 3$

**24.** 다음 세 조건을 만족하는 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$은 몇 개 존재하는가?

| |
|---|
| (가) $a$, $b$, $c$, $d$는 100 이하의 서로 다른 자연수이다.<br>(나) $c$, $d$는 양의 약수를 3 개만 갖는 자연수이다.<br>(다) $c$, $d$는 방정식 $x^2 - ax + b = 0$의 두 근이다. |

① 1가지　② 2가지　③ 3가지
④ 4가지　⑤ 5가지

**해설**

양의 약수가 홀수 개인 자연수는 완전제곱수이다.
1이 아닌 어떤 수 $a^2$에 대하여
약수는 일단 1, $a^2$, $a$의 세 개가 있는데
더 이상의 약수가 존재하지 않으면 $a$는 소수이다.
즉 $c$, $d$는 소수의 제곱수로 100 이하이므로
$2^2$, $3^2$, $5^2$, $7^2$의 네 가지 중에 있다.
조건 (다)에서 $a = c + d$, $b = cd$이고
$a$, $b$는 100 이하의 자연수이므로
$\begin{cases} a = 2^2 + 3^2 \\ b = 2^2 \cdot 3^2 \end{cases}$, $\begin{cases} a = 2^2 + 5^2 \\ b = 2^2 \cdot 5^2 \end{cases}$ 의 두 가지

**25.** 이차방정식 $x^2-2x-2=0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}$, $\frac{\beta}{\alpha}$를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2-4x+1=0$ ② $x^2+4x+1=0$
③ $x^2-3x+1=0$ ④ $x^2+3x+1=0$
⑤ $x^2-2x+1=0$

해설

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-2$

$x^2-(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha})x+(\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\beta}{\alpha})=0$

$x^2-(\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta})x+1=0$

$x^2-\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}x+1=0$

$\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{2^2-2\cdot(-2)}{-2}=-4$

$\therefore\ x^2+4x+1=0$

**26.** $x^2+x+2=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$일 때, $\alpha^2+1$, $\beta^2+1$을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면?

① $x^2-2x+2=0$ ② $x^2+2x+2=0$

③ $x^2+2x+3=0$ ④ $x^2-x+2=0$

⑤ $x^2+x+2=0$

해설

$\alpha+\beta=-1,\ \alpha\beta=2 \quad \cdots ㉠$

$\alpha^2+1,\ \beta^2+1$을 두 근으로 하는 이차방정식은

$x^2-(\alpha^2+1+\beta^2+1)x+(\alpha^2+1)(\beta^2+1)=0 \quad \cdots ㉡$

그런데, ㉠으로부터 $\alpha^2+1+\beta^2+1=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+2=-1$

$(\alpha^2+1)(\beta^2+1)=(\alpha\beta)^2+(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+1=2$

이것을 ㉡에 대입하면 $x^2+x+2=0$

**27.** 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 $1$, $\alpha$이고 $x^2+bx+a=0$의 두 근이 $-3$, $\beta$일 때, $\alpha$, $\beta$를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2+3x+2=0$ ② $x^2-2x-3=0$
③ $x^2-3x+2=0$ ④ $x^2+2x-3=0$
⑤ $x^2-3x-2=0$

해설

$x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1$이므로
$1+a+b=0 \cdots\cdots$ ㉠
$x^2+bx+a=0$의 한 근이 $-3$이므로
$9-3b+a=0 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a=-3$, $b=2$
$x^2+ax+b=0$은 $x^2-3x+2=0$
$\therefore\ x=1$ 또는 $x=2$ $\quad\therefore\ \alpha=2$
$x^2+bx+a=0$은 $x^2+2x-3=0$
$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=1$ $\quad\therefore\ \beta=1$
따라서 $\alpha$, $\beta$를 두 근으로 하는 이차방정식은
$x^2-3x+2=0$

**28.** 방정식 $x^5 - 1 = 0$의 한 허근을 $\alpha$라 할 때, $1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \cdots + \frac{1}{\alpha^{2009}}$의 값은?

① $-5$　　② $-1$　　③ $0$　　④ $1$　　⑤ $5$

해설

$x^5 - 1$
$= (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$이므로
$\alpha$는 $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$의 근이다.

$\alpha^5 = 1$이면 $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^5 = 1$이므로

$\frac{1}{\alpha}$도 $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$의 근이다.

따라서, $1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\alpha^4} = 0$

$\therefore\ 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \cdots + \frac{1}{\alpha^{2009}}$

$= \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \cdots + \frac{1}{\alpha^4}\right) +$

$\frac{1}{\alpha^5}\left(1 + \frac{1}{\alpha} + \cdots + \frac{1}{\alpha^4}\right) + \cdots$

$+ \frac{1}{\alpha^{2005}}\left(1 + \frac{1}{\alpha} + \cdots + \frac{1}{\alpha^4}\right)$

$= 0$

**29.** $x^3-1=0$의 한 허근을 $\omega$라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\overline{\omega}$는 $\omega$의 켤레복소수이다.)

| | |
|---|---|
| ㉠ $\omega^6=1$ | ㉡ $\omega^2=\overline{\omega}$ |
| ㉢ $\omega+\overline{\omega}=-1$ | ㉣ $\omega^2+\omega=-1$ |

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉠, ㉢, ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$x^3-1=0$의 한 허근이 $\omega$이므로,
$\omega^3=1,\ (x-1)(x^2+x+1)=0$
$\omega^2+\omega+1=0$ 켤레근 $\overline{\omega}$일 경우도
$\overline{\omega}^3=1,\ \overline{\omega}^2+\overline{\omega}+1=0$
㉠ $\omega^3=1,\ (\omega^3)^2=1 \rightarrow (○)$
㉢ $\omega+\overline{\omega}=-1,$
$\overline{\omega}=-1-\omega=-(\omega+1)$
$\omega^2+\omega+1$을 이용.
$\omega+1=-\omega^2$이므로 $\overline{\omega}=\omega^2 \rightarrow (○)$
㉡ 두 근 $\omega, \overline{\omega}$의 합은
$x^2+x+1=0$의 두 근의 합이므로
$\omega+\overline{\omega}=-1$
㉣ $\omega^2+\omega+1=0,$
$\omega^2+\omega=-1 \rightarrow (○)$

**30.** 방정식 $x^3 = 8$의 한 허근을 $\alpha$라 할 때, $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$의 값은?

① $-1 \pm \sqrt{3}i$ ② $1 \pm \sqrt{3}i$ ③ $3 \pm \sqrt{3}i$

④ $6 \pm \sqrt{3}i$ ⑤ $9 \pm \sqrt{3}i$

해설

$\alpha^3 = 8$에서 $(\alpha - 2)(\alpha^2 + 2\alpha + 4) = 0$,
$\alpha$는 $\alpha^2 + 2\alpha + 4 = 0$의 근이다.
$\therefore\ \alpha = -1 \pm \sqrt{3}i$
이 때, $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$
$= 1 + \alpha + (-2\alpha - 4) + 8$
$= 5 - \alpha$
$= 5 - (-1 \pm \sqrt{3}i)$
$= 6 \mp \sqrt{3}i$

**31.** 방정식 $x^4+x^3+x^2+x+1=0$의 한 근을 $\omega$라 할 때, $\omega^2+\omega^4+\omega^5+\omega^6+\omega^8$의 값을 구하면?

① $-i$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $i$

해설

준 방정식의 양변에 $x-1$을 곱하면

$x^5-1=0$

$\therefore x^5=1$ 즉, $\omega^5=1$

$\therefore\ \omega^2+\omega^4+\omega^5+\omega^6+\omega^8$

$=\omega^2+\omega^4+1+\omega+\omega^3$

$=1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4=0$