

1. 이차함수  $y = 2x^2$  의 그래프와 모양이 같고  $x = -1$  일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

①  $y = 2(x - 1)^2$

②  $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③  $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④  $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤  $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$  의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이  $(-1, 4)$  이므로  
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

2.  $x = -1$  일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점  $(1, -1)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -2(x + 1)^2 - 4$

②  $y = (x - 2)^2 - 3$

③  $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④  $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이  $(-1, 3)$  이므로  $y = a(x + 1)^2 + 3$

$(1, -1)$  을 대입하면  $-1 = 4a + 3$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 3$$

3.  $x = 0$  일 때, 최댓값  $-1$  을 갖고 한 점  $(2, -3)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -2(x + 1)^2 - 4$

②  $y = (x - 2)^2 - 3$

③  $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④  $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이  $(0, -1)$  이므로  $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$  을 대입하면  $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

4.  $x = -2$  일 때, 최댓값 3을 가지고, 점  $(0, -3)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$

②  $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

③  $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$

④  $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

⑤  $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$  일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고,  $y = a(x+2)^2 + 3$  의 형태임을 의미한다.

이 중  $(0, -3)$  을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$

$$4a = -6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

5. 다음 중  $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 의 인수인 것은?

①  $2x + y - 2$

②  $2x - y + 2$

③  $x - y + 1$

④  $x + y - 1$

⑤  $x - 2y - 1$

해설

$x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 - (y + 4)x - y^2 + y + 2$$

$$= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2)$$

$$= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\}$$

$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$

6. 다항식  $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

①  $x + 2y + 1$

②  $x + y - 3$

③  $2x + 3y + 2$

④  $x + y - 2$

⑤  $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

7.  $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

①  $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

②  $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③  $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④  $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤  $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= \{3x - (y + 3)\}(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

8.  $2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$ 의 인수인 것은?

①  $2x + y + 1$

②  $2x + y - 1$

③  $2x - y - 1$

④  $x + 2y + 1$

⑤  $x - 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1 \\ &= 2x^2 + (5y - 1)x + (y + 1)(2y - 1) \\ &= (x + 2y - 1)(2x + y + 1) \end{aligned}$$

9. 두 이차다항식의 최대공약수가  $x - 2$ 이고, 최소공배수가  $x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ 일 때, 두 다항식의 합을 구하면? (단, 이차항의 계수는 모두 1이다.)

①  $2x^2 - 6x + 8$

②  $2x^2 - 6x + 7$

③  $2x^2 - 8x + 8$

④  $2x^2 - 9x + 10$

⑤  $2x^2 + 6x + 9$

### 해설

구하는 두 다항식의 최대공약수가  $x - 2$ 이므로

두 다항식은  $(x - 2)a, (x - 2)b$  ( $a, b$ 는 서로소)

최소공배수  $(x - 2)ab = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

$$= (x - 2)(x + 1)(x - 5)$$

그러므로  $a = x - 5, b = x + 1$

또는  $a = x + 1, b = x - 5$

따라서 두 다항식은

$$(x - 2)(x - 5) = x^2 - 7x + 10,$$

$$(x - 2)(x + 1) = x^2 - x - 2$$

$\therefore$  두 다항식의 합은  $2x^2 - 8x + 8$

10. 두 이차다항식의 최대공약수가  $x - 1$ , 최소공배수가  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  일 때, 두 다항식의 합은?

①  $2x^2 - 3x + 1$

②  $2x^2 - 2x - 1$

③  $2x^2 + 3x - 5$

④  $2x^2 + 2x - 4$

⑤  $2x^2 + 3x - 3$

해설

구하는 다항식을  $A, B$ 라고 하면

$$\begin{aligned} AB &= (x-1)(x^3 - 2x^2 - 5x + 6) \\ &= (x-1)^2(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

$A, B$ 의 최대공약수가  $x-1$ 이므로

$$A = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$$

$$B = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore A + B = 2x^2 - 3x + 1$$

11. 이차항의 계수가 1 인 두 다항식  $A, B$  의 최대공약수가  $x - 1$  , 최소공배수가  $x^3 - 3x + 2$  일 때,  $A + B$  는?

①  $2x^2 - x - 1$

②  $2x^2 + x + 1$

③  $2x^2 - 2x - 1$

④  $2x^2 - 2x + 1$

⑤  $2x^2 - 2x + 3$

해설

$$G = x - 1, L = (x - 1)^2(x + 2)$$

$$A = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1, B = (x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$$

$$A + B = 2x^2 - x - 1$$

12. 최대공약수가  $x-2$ 이고, 최소공배수가  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 인 두 다항식  $A, B$ 에 대하여  $A = x^2 + x - 6$ 일 때, 다항식  $B$ 를 구하면?

①  $x^2 - x - 2$

②  $x^2 - x + 2$

③  $x^2 + 2x - 1$

④  $2x^2 - x - 1$

⑤  $x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 2 & 1 & 2 & -5 & -6 \\
 & & 2 & 8 & 6 \\
 \hline
 -1 & 1 & 4 & 3 & 0 \\
 & & -1 & -3 & \\
 \hline
 -3 & 1 & 3 & 0 & \\
 & & -3 & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & & 
 \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x-2)(x+1)(x+3)$$

$$A = x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$$

$$B = (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$$

$$\therefore B = (x-2)(x+1) = (x^2 - x - 2)$$

13. 방정식  $x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$  을 풀면?

①  $x = -2$  또는  $x = -3$  또는  $x = -2 \pm \sqrt{3}$

②  $x = 2$  또는  $x = 4$  또는  $x = -3$  또는  $x = -5$

③  $x = -2 \pm \sqrt{5}$  또는  $x = -1 \pm \sqrt{6}$

④  $x = -3 \pm \sqrt{5}i$  또는  $x = -2 \pm \sqrt{6}i$

⑤  $x = -1$  또는  $x = -5$  또는  $-3 \pm \sqrt{6}$

### 해설

$$x(x+6) = x^2 + 6x$$

$$(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$$

$$x^2 + 6x = X \text{ 로 놓으면}$$

$$x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$$

$$X(X+8) + 15 = 0,$$

$$X^2 + 8X + 15 = 0$$

$$(X+3)(X+5) = 0$$

$$\therefore X = -3, X = -5$$

$$\textcircled{㉠} : X = -3 \Rightarrow x^2 + 6x + 3 = 0,$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-3} = -3 \pm \sqrt{6}$$

$$\textcircled{㉡} : X = -5 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0,$$

$$(x+5)(x+1) = 0, x = -1, -5$$

14. 방정식  $(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x + 1) - 10 = 0$  의 모든 실근의 합은?

① -10

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 10

해설

$(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x + 1) - 10 = 0$  에서

$x^2 + x = A$  라 하면

$$A^2 + 2A - 8 = 0,$$

$$(A + 4)(A - 2) = 0$$

$$\therefore A = -4 \text{ 또는 } A = 2$$

( i )  $x^2 + x = -4$  일 때,

$$x^2 + x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

( ii )  $x^2 + x = 2$  일 때,

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

( i ), ( ii )에서 실근은  $x = -2$  또는  $x = 1$  이므로 실근의 합은  $-2 + 1 = -1$

15. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) - 16 = 0$$

① 4

② -4

③ -2

④  $1 + i$

⑤  $1 - i$

해설

$x^2 - 2x = X$  로 놓으면 주어진 방정식은

$$X^2 - 6X - 16 = 0, (X - 8)(X + 2) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } X = -2$$

( i )  $X = 8$  일 때  $x^2 - 2x = 8$  에서  $(x - 4)(x + 2) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

( ii )  $X = -2$  일 때  $x^2 - 2x = -2$  에서  $x^2 - 2x + 2 = 0$

$$\therefore x = 1 \pm i$$

따라서 ( i ), ( ii )에서  $x = 4$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1 \pm i$

16. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$  의 모든 근의 합은?

① 1

② 0

③ -1

④ -2

⑤ -3

해설

$$x^2 + x = Y \text{ 라 하면, } (Y + 2)^2 + 8 = 12Y$$

$$Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = 2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$(i) Y = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(ii) Y = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \text{ 모든 근의 합} = -2$$

17. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4 \text{에서}$$

$$x^2 + x + 2 = A \text{라 하면}$$

$$A^2 = A + 2,$$

$$A^2 - A - 2 = 0, (A + 1)(A - 2) = 0$$

$$\therefore A = -1 \text{ 또는 } A = 2$$

$$(i) \ x^2 + x + 2 = -1 \text{ 일 때, } x^2 + x + 3 = 0$$

$$(ii) \ x^2 + x + 2 = 2 \text{ 일 때, } x^2 + x = 0$$

(i), (ii)에서  $\alpha, \beta$ 는 허근이므로  $x^2 + x + 3 = 0$ 의 근이 된다.

따라서,  $\alpha + \beta = -1$ ,  $\alpha\beta = 3$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 3 = -5$$

18. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  에서  $x^2 + x = X$  라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$  또는  $X = 6$

( i )  $X = 2$  일 때,  $x^2 + x = 2$  에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$  또는  $x = -2$

( ii )  $X = 6$  일 때,  $x^2 + x = 6$  에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$\therefore x = -3$  또는  $x = 2$

( i ), ( ii )에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

19. 사차식  $x^4 - 4x^2 - 12$  를 복소수의 범위에서 인수분해하면?

①  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

②  $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + 2i)(x - 2i)$

③  $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + 2i)(x - 2i)$

⑤  $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{6}i)(x - \sqrt{6}i)$

해설

$$x^4 - 4x^2 - 12, \quad x^2 = Y \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow Y^2 - 4Y - 12 = (Y + 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = -2 \text{ 또는 } Y = 6$$

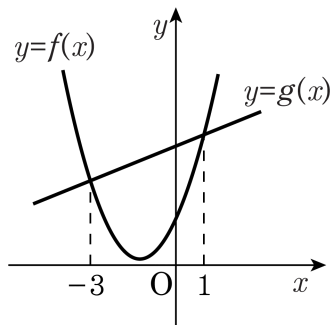
$$\Rightarrow x^2 = -2, \quad x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{2}i, \quad x = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x^4 - 4x^2 - 12$$

$$= (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$$

20. 아래 그림과 같이 두 함수  $f(x) = 2x^2 + ax + 4$ ,  $g(x) = cx + d$  의 그래프가  $x = 1$  과  $x = -3$  에서 만난다. 이 때, 함수  $y = f(x) - g(x)$  의 최솟값은?



① -8

② -6

③ -4

④ 2

⑤ 4

### 해설

두 함수를 연립하면,

$$2x^2 + ax + 4 = cx + d$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (a - c)x + 4 - d = 0 \cdots \textcircled{7}$$

근이 -3, 1 이므로

$$2(x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 과 일치한다.}$$

$$\textcircled{7} \text{ 과 비교하면 } a - c = 4, d = 10$$

$$\therefore f(x) - g(x) = 2x^2 + (a - c)x + 4 - d$$

$$= 2x^2 + 4x - 6$$

$$= 2(x + 1)^2 - 8$$

$\therefore$  최솟값 : -8

21. 이차함수  $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선  $y = ax + b$ 의 두 교점의  $x$ 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수  $a$ ,  $b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

① -81

② -45

③ 0

④ 5

⑤ 14

해설

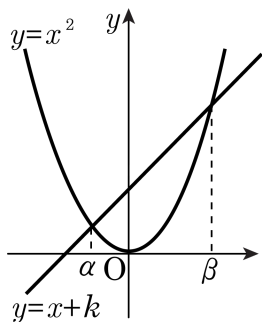
이차방정식  $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$ , 즉  $2x^2 - (3 + a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 5 = \frac{3 + a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1 - b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

22. 이차함수  $y = x^2$  과 일차함수  $y = x + k$  의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

㉠  $\alpha + \beta = 1$

㉡  $k > 0$

㉢  $\alpha\beta = -k$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 함수  $y = x^2$  과  $y = x + k$  의 그래프가 만나는 두 점의  $x$ 좌표가  $\alpha, \beta$  이므로 이차방정식  $x^2 = x + k$ , 즉  $x^2 - x - k = 0$  은 서로 다른 두 실근  $\alpha, \beta$  를 갖는다.

㉠ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 1 \cdots (\text{참})$$

㉡ 이차방정식  $x^2 - x - k = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면  $D = 1 + 4k > 0$

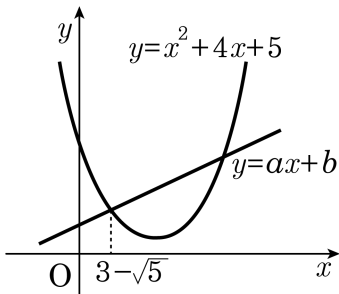
$$\text{에서 } k > -\frac{1}{4} \cdots (\text{거짓})$$

㉢ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = -k \cdots (\text{참})$$

따라서, 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

23. 다음 그림과 같이 포물선  $y = x^2 - 4x + 5$  와 직선  $y = ax + b$  의 두 교점 중 한 교점의  $x$  좌표가  $3 - \sqrt{5}$  일 때, 유리수  $a, b$  의 합  $a + b$  의 값은?



① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

### 해설

연립방정식  $y = x^2 - 4x + 5$ ,  $y = ax + b$  에서

$y$  를 소거하면  $x^2 - 4x + 5 = ax + b$

$$x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

이 때, 계수가 유리수인 방정식 ①의 한 근이

$3 - \sqrt{5}$  이므로  $3 + \sqrt{5}$  도 근이 된다.

$$\therefore (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$$

$$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore a + b = 3$$

24. 다음 세 조건을 만족하는 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 은 몇 개 존재하는가?

- (가)  $a, b, c, d$ 는 100 이하의 서로 다른 자연수이다.  
 (나)  $c, d$ 는 양의 약수를 3 개만 갖는 자연수이다.  
 (다)  $c, d$ 는 방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이다.

① 1 가지

② 2 가지

③ 3 가지

④ 4 가지

⑤ 5 가지

### 해설

양의 약수가 홀수 개인 자연수는 완전제곱수이다.

1 이 아닌 어떤 수  $a^2$ 에 대하여

약수는 일단 1,  $a^2$ ,  $a$ 의 세 개가 있는데

더 이상의 약수가 존재하지 않으면  $a$ 는 소수이다.

즉  $c, d$ 는 소수의 제곱수로 100 이하이므로

$2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 의 네 가지 중에 있다.

조건 (다)에서  $a = c + d, b = cd$ 이고

$a, b$ 는 100 이하의 자연수이므로

$$\begin{cases} a = 2^2 + 3^2 \\ b = 2^2 \cdot 3^2 \end{cases}, \begin{cases} a = 2^2 + 5^2 \\ b = 2^2 \cdot 5^2 \end{cases} \quad \text{의 두 가지}$$

25. 이차방정식  $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

①  $x^2 - 4x + 1 = 0$

②  $x^2 + 4x + 1 = 0$

③  $x^2 - 3x + 1 = 0$

④  $x^2 + 3x + 1 = 0$

⑤  $x^2 - 2x + 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2$$

$$x^2 - \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)x + \left(\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\alpha}\right) = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right)x + 1 = 0$$

$$x^2 - \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}x + 1 = 0$$

$$\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \cdot (-2)}{-2} = -4$$

$$\therefore x^2 + 4x + 1 = 0$$

26.  $x^2 + x + 2 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 일 때,  $\alpha^2 + 1, \beta^2 + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면?

①  $x^2 - 2x + 2 = 0$

②  $x^2 + 2x + 2 = 0$

③  $x^2 + 2x + 3 = 0$

④  $x^2 - x + 2 = 0$

⑤  $x^2 + x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 2 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$\alpha^2 + 1, \beta^2 + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - (\alpha^2 + 1 + \beta^2 + 1)x + (\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\text{그런데, } \textcircled{㉠} \text{으로부터 } \alpha^2 + 1 + \beta^2 + 1 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 2 = -1$$

$$(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) = (\alpha\beta)^2 + (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 1 = 2$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } x^2 + x + 2 = 0$$

27. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1,  $\alpha$ 이고  $x^2 + bx + a = 0$ 의 두 근이  $-3, \beta$ 일 때,  $\alpha, \beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

①  $x^2 + 3x + 2 = 0$

②  $x^2 - 2x - 3 = 0$

③  $x^2 - 3x + 2 = 0$

④  $x^2 + 2x - 3 = 0$

⑤  $x^2 - 3x - 2 = 0$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 1이므로

$$1 + a + b = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + bx + a = 0$ 의 한 근이  $-3$ 이므로

$$9 - 3b + a = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서  $a = -3, b = 2$

$$x^2 + ax + b = 0 \text{ 은 } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \quad \therefore \alpha = 2$$

$$x^2 + bx + a = 0 \text{ 은 } x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 1 \quad \therefore \beta = 1$$

따라서  $\alpha, \beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

28. 방정식  $x^5 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\alpha$ 라 할 때,  $1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \cdots + \frac{1}{\alpha^{2009}}$ 의 값은?

① -5

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 5

해설

$$x^5 - 1$$

$= (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ 이므로

$\alpha$ 는  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 의 근이다.

$\alpha^5 = 1$ 이면  $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^5 = 1$ 이므로

$\frac{1}{\alpha}$ 도  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 의 근이다.

따라서,  $1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\alpha^4} = 0$

$\therefore 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \cdots + \frac{1}{\alpha^{2009}}$

$= \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \cdots + \frac{1}{\alpha^4}\right) +$

$\frac{1}{\alpha^5} \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \cdots + \frac{1}{\alpha^4}\right) + \cdots$

$+ \frac{1}{\alpha^{2005}} \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \cdots + \frac{1}{\alpha^4}\right)$

$= 0$

29.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?  
(단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켈레복소수이다.)

㉠  $\omega^6 = 1$

㉡  $\omega^2 = \bar{\omega}$

㉢  $\omega + \bar{\omega} = -1$

㉣  $\omega^2 + \omega = -1$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

### 해설

$x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근이  $\omega$ 이므로,

$$\omega^3 = 1, (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$\omega^2 + \omega + 1 = 0$  켈레근  $\bar{\omega}$ 일 경우도

$$\bar{\omega}^3 = 1, \bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0$$

㉠  $\omega^3 = 1, (\omega^3)^2 = 1 \rightarrow (\bigcirc)$

㉢  $\omega + \bar{\omega} = -1,$

$$\bar{\omega} = -1 - \omega = -(\omega + 1)$$

$\omega^2 + \omega + 1$ 을 이용.

$$\omega + 1 = -\omega^2 \text{이므로 } \bar{\omega} = \omega^2 \rightarrow (\bigcirc)$$

㉡ 두 근  $\omega, \bar{\omega}$ 의 합은

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근의 합이므로

$$\omega + \bar{\omega} = -1$$

㉣  $\omega^2 + \omega + 1 = 0,$

$$\omega^2 + \omega = -1 \rightarrow (\bigcirc)$$

30. 방정식  $x^3 = 8$ 의 한 허근을  $\alpha$ 라 할 때,  $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$ 의 값은?

①  $-1 \pm \sqrt{3}i$

②  $1 \pm \sqrt{3}i$

③  $3 \pm \sqrt{3}i$

④  $6 \pm \sqrt{3}i$

⑤  $9 \pm \sqrt{3}i$

해설

$$\alpha^3 = 8 \text{에서 } (\alpha - 2)(\alpha^2 + 2\alpha + 4) = 0,$$

$\alpha$ 는  $\alpha^2 + 2\alpha + 4 = 0$ 의 근이다.

$$\therefore \alpha = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$$

$$= 1 + \alpha + (-2\alpha - 4) + 8$$

$$= 5 - \alpha$$

$$= 5 - (-1 \pm \sqrt{3}i)$$

$$= 6 \mp \sqrt{3}i$$

31. 방정식  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^2 + \omega^4 + \omega^5 + \omega^6 + \omega^8$ 의 값을 구하면?

①  $-i$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $i$

해설

준 방정식의 양변에  $x - 1$ 을 곱하면

$$x^5 - 1 = 0$$

$$\therefore x^5 = 1 \text{ 즉, } \omega^5 = 1$$

$$\therefore \omega^2 + \omega^4 + \omega^5 + \omega^6 + \omega^8$$

$$= \omega^2 + \omega^4 + 1 + \omega + \omega^3$$

$$= 1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 = 0$$