

1. 다항식 $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 의 계수는 $5y$ 이다.
- ② x^2 의 계수는 $-y$ 이다.
- ③ x 에 대한 3차식이다.
- ④ x 에 대한 상수항은 $2yz^2$ 이다.
- ⑤ y, z 에 대한 2차식이다.

해설

y, z 에 대한 3차식이다.

2. 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$, $C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$

② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$

④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C \\ &= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3 \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

3. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4-2x^2y^2+y^4\end{aligned}$$

4. x 에 대한 항등식 $a(x+1)+b(x-1)=x+3$ 에서 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

준식을 정리하면

$$(a+b)x+a-b=x+3$$

계수비교법에 의하여

$$a+b=1, a-b=3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a=2, b=-1$$

5. 등식 $3x^2 + 5x = a(x-1)^2 + b(x+1) + c$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5x &= a(x-1)^2 + b(x+1) + c \\ &= ax^2 + (-2a+b)x + a+b+c \end{aligned}$$

$$a = 3, -2a + b = 5, a + b + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = a + b + c \cdots \textcircled{A}$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$8 = 2b + c \cdots \textcircled{B}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-2 = 4a + c \cdots \textcircled{C}$$

①, ②, ③을 연립하면

$$a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

6. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -8 ④ -10 ⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$\therefore k = -12$

7. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3

② ab^2c^4

③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$

⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서

공통인수는 a, b, c 이고

차수가 낮은 것은 각각 a , b^2 , c^4 이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

8. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$
- ② 3의 허수부분은 0이다.
- ③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.
- ④ $b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i$ 는 실수이다.
- ⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i, b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

9. 등식 $(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

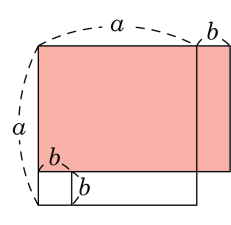
$(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의해서 $a + 3b = 7$, $a - 2b = -3$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 1 - 2 = -1$$

10. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$
①' = ③ 이므로
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

11. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2$, $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

12. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} 6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 &= (3x - 2)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 &= Q(1) + R \\ \therefore Q(1) + R &= 13 \end{aligned}$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

13. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

14. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

15. $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

① $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④ $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

16. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

17. x^3-4x^2+x+6 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x + 1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6
			-1	5	-6
		1	-5	6	0

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

18. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{ 이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{ 에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

19. 다항식 $2x^2 + 5ax - a^2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나눈 몫이 $x + 3a$, 나머지가 $2a^2$ 일 때, 다항식 $(x + a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

① $x^2 + 2ax - 2a^2$

② $x^2 - a^2$

③ $2x^2 + 3ax + a^2$

④ $2x^2 - 3ax - a^2$

⑤ $2x^2 + ax - a^2$

해설

$2x^2 + 5ax - a^2 = P(x)(x + 3a) + 2a^2$ 이므로

$$P(x)(x + 3a) = 2x^2 + 5ax - 3a^2$$

따라서, 다항식 $P(x)$ 는 $2x^2 + 5ax - 3a^2$ 을 $x + 3a$ 로 나눈 몫이므로

$$P(x) = 2x - a$$

$$\begin{aligned}\therefore (x + a)P(x) &= (x + a)(2x - a) \\ &= 2x^2 + ax - a^2\end{aligned}$$

20. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

21. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

22. 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 떨어지고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

① x

② $-x+1$

③ $x+1$

④ $-2x+2$

⑤ $2x+2$

해설

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

$$P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$$

$$P(-1) = 0, \quad P(2) = 3 \text{ 이므로,}$$

$$-a + b = 0, \quad 2a + b = 3$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

따라서 나머지는 $x+1$ 이다.

23. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일 때 $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$$

$$x=2 \text{를 대입하면 } f(2) = 11$$

$f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R 이라 하면

$$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$$

$$x=1 \text{을 대입하면 } f(2) = R$$

$$\therefore R = 11$$

24. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x + 2$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

- ① $2x^2 + 3x + 2$
- ② $2x^2 - 3x - 2$
- ③ $x^2 - 3x - 2$
- ④ $2x^2 + 3x - 2$
- ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = Ga, B = Gb$ (a, b 는 서로소)

$G = x + 2$

$L = x^3 + x^2 + 2x = x(x + 2)(x - 1) = Gab$

$A = x(x + 2) = x^2 + 2x$

$B = (x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2$

$A + B = 2x^2 + 3x - 2$

25. $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다.
이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$