1. 다항식 $2xy^2+x^2y-3x+x^3-1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2-3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항 : x^3-3x-1

2. 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$, $C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$ ② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$ ④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$(2A - B) + C$
$= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3$
$= x^3 + 4x^2y + y^3$

해설

$(2A - B) + C$
$= x^3 + 4x^2y + y^3$

3. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$ ② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$$\begin{aligned}&(a-b+c)\,(a-b-c)\\&=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}\\&=(a-b)^2-c^2\\&=a^2+b^2-c^2-2ab\end{aligned}$$

4. $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

5. 등식 $3x+4=a(x-1)+b(x+1)+3$이 x에 대한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=1,\ b=0$　② $a=-1,\ b=2$　③ $a=1,\ b=-2$

④ $a=0,\ b=2$　⑤ $a=1,\ b=2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$a+b=3,\ -a+b+3=4$

연립하여 풀면 $a=1,\ b=2$

6. 다음 식이 x에 대한 항등식이 되도록 A, B의 값을 정할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

$$4x-6=A(x+1)-B(x-1)$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

x에 대한 항등식이므로 x의 값에 관계없이 항상 성립한다.
따라서 $x=-1$을 양변에 대입하면,
$4\times(-1)-6=A(-1+1)-B(-1-1)$
$-10=2B \quad \therefore\ B=-5$
또, $x=1$을 양변에 대입하면,
$4\times1-6=A(1+1)-B(1-1)$
$-2=2A \quad \therefore\ A=-1$
$\therefore\ A=-1,\ B=-5$
$\therefore\ A+B=-6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,
$4x-6=(A-B)x+A+B$
$\therefore A+B=-6$

7. 임의의 실수 x, y에 대하여, $(x+y)a^2+(x-y)b=4x+y$가 성립할 때, a^2+b^2의 값은?

① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$(a^2+b)x+(a^2-b)y=4x+y$

$a^2+b=4\cdots①$, $a^2-b=1\cdots②$

①, ②에서 $a^2=\frac{5}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$\therefore\ a^2+b^2=\frac{19}{4}$

8. 다항식 x^3+5x^2-kx-k 가 $x-1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

인수정리에 의해서 $x=1$ 을 대입하면
$1^3+5\times1^2-k\times1-k=0$
$\therefore\ k=3$

9. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$가 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어 지도록 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x-1)Q(x)$
$f(1) = -4 + k + 1 = 0$
$\therefore\ k = 3$

10. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a + b$를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

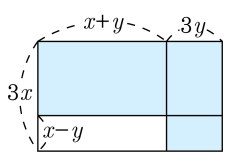
나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R$$
$$= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R$$

11. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

12. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는
$(a-b+16)x+4b-8$
$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots$㉠
㉠이 x에 대한 항등식이므로,
$a-b+16=3,\ 4b-8=4$
$\therefore\ a=-10,\ b=3$
$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

13. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

14. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$　② $a - b^2$　③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$　⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$
\begin{aligned}
&a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\
&= a^3 - b^3 + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\
&= (a-b)(a^2 + b^2 + c^2)
\end{aligned}
$$

15. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2-b^2-c^2+2bc$ ④ $a^2+b^2-c^2-2bc$

⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned}&(a-b+c)(a+b-c)\\&=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}\\&=a^2-(b-c)^2\\&=a^2-b^2-c^2+2bc\end{aligned}$$

16. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2+2)^2 - x^2 \\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2)\end{aligned}$$

$\therefore\ a = -1,\ b = 2$

$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$

17. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

-1	1	-4	1	6
		-1	5	-6
	1	-5	6	0

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

18. 두 다항식 $3x^4-2x^3-9x^2+4$, $3x^3-3x^2-6x$의 최대공약수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)$　② $(x+1)(x+2)$　③ $(x+1)(x-2)$

④ $(x-1)(x-2)$　⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$3x^4-2x^3-9x^2+4$

$=(x+1)(x-2)(x+1)(3x-2)$

$3x^3-3x^2-6x=3x(x-2)(x+1)$

$\therefore$ 최대공약수 : $(x-2)(x+1)$

19. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$=xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$
$=7$

20. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x+1$　② $-2x-1$　③ $-2x+3$

④ $-2x+5$　⑤ $-2x+7$

해설

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$ 라 하면,
$f(1)=3,\ f(2)=1$ 이므로
$f(1)=a+b=3,\ f(2)=2a+b=1$ 연립하면
$a=-2,\ b=5$
$\therefore$ 나머지는 $-2x+5$ 이다.

21. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
	1	4	3	5

① $a=3$ ② $b=2$ ③ $c=1$

④ $d=4$ ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
	1	$a+1$	a	$b+a$

$k=1$, $a=3$, $b=2$, $c=1$, $d=4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

22. 다음 중 $(x+y)^3-8y^3$ 의 인수인 것은?

① $x^2-2xy-4y^2$ ② $x^2-2xy+4y^2$ ③ $x^2+2xy+4y^2$

④ $x^2-4xy-7y^2$ ⑤ $x^2+4xy+7y^2$

해설

(준식)$=(x+y)^3-(2y)^3$

$=\{(x+y)-2y\}\{(x+y)^2+(x+y)2y+(2y)^2\}$

$=(x-y)(x^2+2xy+y^2+2xy+2y^2+4y^2)$

$=(x-y)(x^2+4xy+7y^2)$

23. $a^2+ab+a-b-2$의 인수로 적당한 것은?

① $a-b-2$　② $a+b-2$　③ $a+b+2$

④ $a+1$　⑤ $b+1$

해설

a에 관한 내림차순으로 정리 후 인수분해 한다.

(준식) $= a^2+ab+a-b-2$

$= a^2+(b+1)a-b-2$

$= (a+b+2)(a-1)$

24. 다항식 M 이 두 다항식 A, B 의 공약수라 할 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① M 은 $A-B$ 의 약수이다.

② M 은 $A,\ A+B$ 의 공약수이다.

③ M 은 $A+B$ 의 약수이다.

④ M^2 은 $AB+B^2$ 의 약수이다.

⑤ M^2 은 $AB-B$ 의 약수이다.

해설

$A=MP, B=MQ$ 라 하자.
① $A-B=M(P-Q)$ (참)
② $A=MP, A+B=M(P+Q)$ (참)
③ $A+B=M(P+Q)$ (참)
④ $AB+B^2=M^2(PQ+Q^2)$ (참)
⑤ $AB-B=M(MPQ-Q)$ (거짓)

25. 두 다항식 x^3-2x^2-5x+6과 $3x^3+(a-9)x^2-ax-6a$의 최대공약수가 이차식일 때, a의 값은?

① 1 ② −1 ③ 2 ④ −2 ⑤ 3

해설

$x^3-2x^2-5x+6=(x-1)(x-3)(x+2)$

$3x^3+(a-9)x^2-ax-6a$에

$x=3$ 대입, $81+9a-81-3a-6a=0$

$x=-2$ 대입, $-24+4a-36+2a-6a\neq 0$이므로

$x-1$을 인수로 가져야 한다.

$x=1$ 대입 $3+a-9-a-6a=0$, $a=-1$