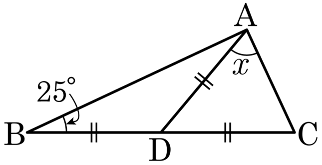
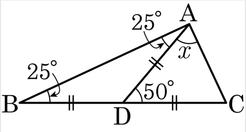
1. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ **정답 :** 65 °

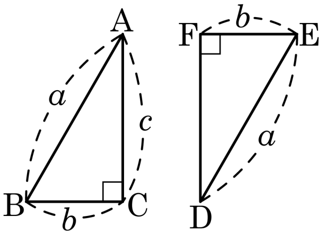
해설



$\triangle$ADC 에서

$\angle x = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

2. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 합동임을 증명하는 과정이다. (1) ~ (5) 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아라.



증명)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
$\angle C = \boxed{(1)} = \boxed{(2)}$, $\overline{AB} = \boxed{(3)}$, $\overline{BC} = \boxed{(4)}$
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ($\boxed{(5)}$ 합동)

보기

㉠ $\angle F$	㉡ $\overline{DE}$	㉢ $\overline{DF}$
㉣ $\overline{EF}$	㉤ SAS	㉥ RHS
㉦ RHA	㉧ 90°	㉨ 45°

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉧

▷ 정답 : ㉡

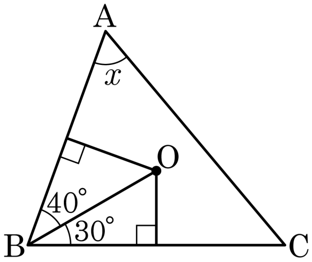
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

증명)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
$\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)

3. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

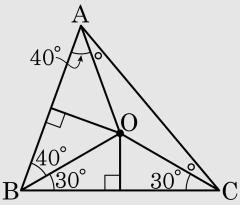


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 60 °

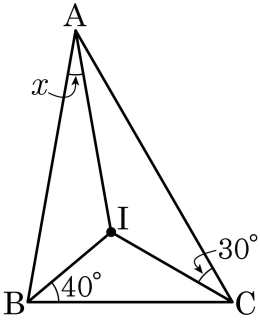
해설

다음 그림과 같이 $\angle BCO = 30^\circ$, $\angle OAB = 40^\circ$ 이고 $\angle OCA = 90^\circ - (40^\circ + 30^\circ) = 20^\circ$ 이다.



따라서 $\angle x = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $\underline{20^{\circ}}$

해설

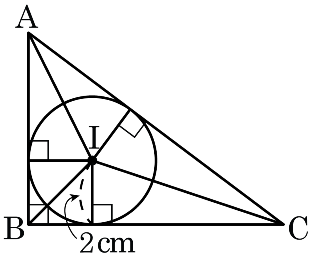
삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다.

따라서 $\angle BAI + \angle CBI + \angle ACI = 90°$이므로

$\angle x + 40° + 30° = 90$

$\therefore\ \angle x = 20°$

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

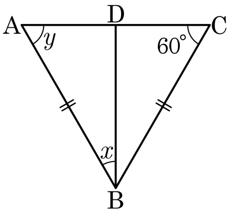
해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 같으므로,

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$

$\therefore \ \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BD}\perp\overline{AC}$ 일 때, $\angle y-\angle x$ 의 크기는?



① $20°$ ② $30°$ ③ $35°$ ④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

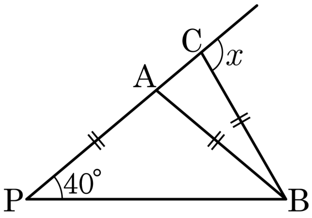
$\angle y=60°$

또 $\overline{BD}\perp\overline{AC}$ 이므로 $\angle ADB=90°$

따라서 $\angle x=180°-(90°+60°)=30°$

$\therefore \angle y-\angle x=60°-30°=30°$

7. 다음 그림에서 $\angle \mathrm{P} = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는? (단, $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$)



① 90° ② 95° ③ 100° ④ 105° ⑤ 110°

해설

$\triangle \mathrm{APB}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{P} = \angle \mathrm{ABP} = 40^\circ$

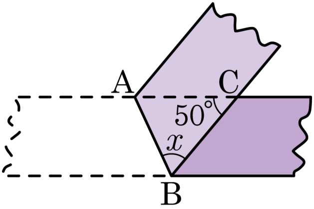
$\angle \mathrm{BAC} = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$

$\triangle \mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{BCA} = 80^\circ$

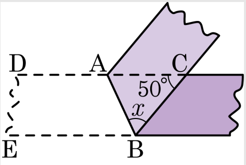
$\therefore \angle x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

8. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

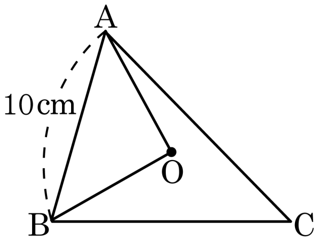
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

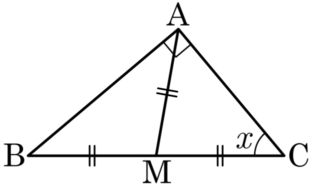
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$

$\therefore OA = 7(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

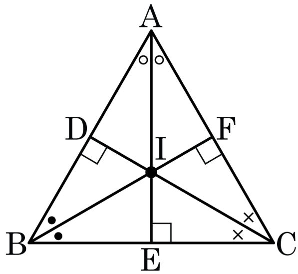


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

11. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



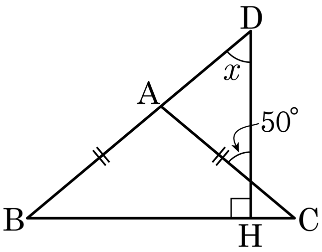
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \cdots$ ㉠
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$　② $\overline{IE}$　③ $\overline{IC}$　④ $\overline{IB}$　⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle x$의 값은?



① $40°$ ② $42°$ ③ $45°$ ④ $48°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle CPH$와 $\angle APD$는 맞꼭지각이므로

$\angle CPH = \angle APD = 50°$

이때, $\triangle CPH$에서 $\angle PCH = 40°$

또, $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

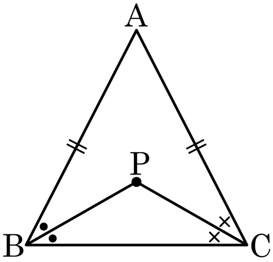
$\angle ABC = 40°$

$\triangle BHD$의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x + 40° + 90° = 180°$

$\therefore \angle x = 50°$

13. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 P라 하면 $\triangle PBC$도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = \boxed{\text{(가)}}$
$\angle PBC = \boxed{\text{(나)}}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{\text{(나)}}\angle ACB$
$\therefore \boxed{\text{(다)}}$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(라)}}$ 이다.
따라서 $\boxed{\text{(마)}}$ 는 이등변삼각형이다.

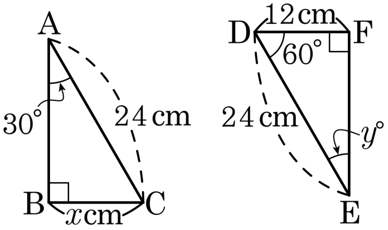
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $\angle ACB$
② (나) 2
③ (다) $\angle PBC = \angle PCB$
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) $\triangle PBC$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = (\angle ACB)$
$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$
$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $(\overline{PB} = \overline{PC}$) 이다.
따라서 ($\triangle PBC$)는 이등변삼각형이다.

14. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

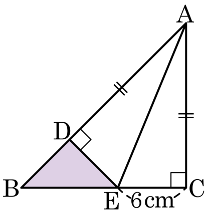
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC}=\overline{FD}=12\text{cm}=x\text{cm}$, $\angle y=\angle CAB=30°$

$\therefore\ x+y=12+30=42$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 빗변 AB 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$ 가 되게 점 D 를 잡고, 점 D 를 지나며 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{EC}=6\text{cm}$ 이다. $\triangle BDE$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 14cm^2 ③ 16cm^2

④ 18cm^2 ⑤ 20cm^2

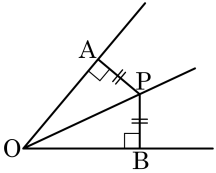
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{CE}=6\text{cm}$,

$\triangle BDE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE}=\overline{DB}=6\text{cm}$

$$\therefore \triangle BDE=\frac{6\times 6}{2}=18(\text{cm}^2)$$

16. 다음의 도형에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이면 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



> (증명)
> $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고,
> ㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$이고, $\overline{OP}$는 공통이므로
> $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동)이다.
> 그러므로 ㉣ $\angle POA = \angle POB$이다.
> 따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

▶ 답 :

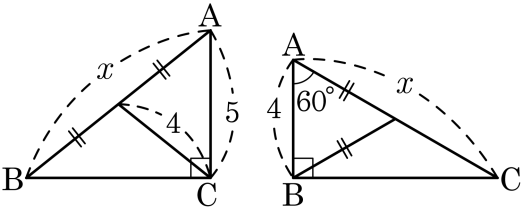
▷ 정답 : ㉢

해설

$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고, ㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동 $\Rightarrow$ RHS 합동)이다. 그러므로 ㉣ $\angle POA = \angle POB$이다.

따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

17. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 x의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

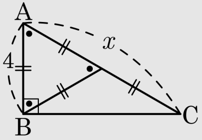
▷ 정답 : 16

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로

왼쪽 삼각형 : $x = 4 \times 2 = 8$

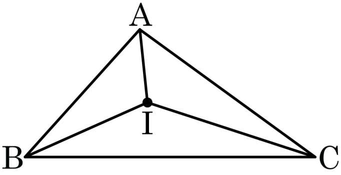
오른쪽 삼각형 :



$x = 4 \times 2 = 8$

$\therefore\ 8 + 8 = 16$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _°

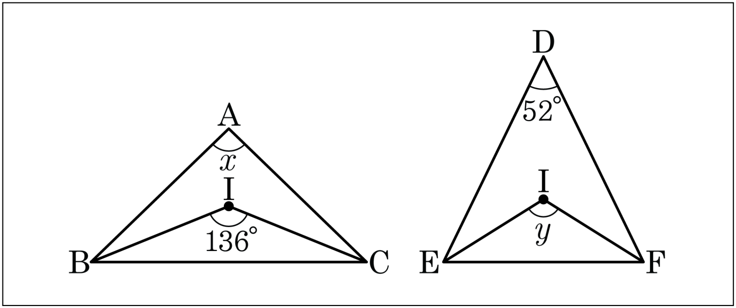
▷ 정답 : $36°$

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$이므로, $\angle AIB = 360° \times \frac{6}{20} = 108°$이다.

$\angle AIB = 90° + \frac{1}{2}\angle ACB = 108°$에서 $\angle ACB = 36°$이다.

19. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



① 178 ° ② 188 ° ③ 198 ° ④ 208 ° ⑤ 218 °

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

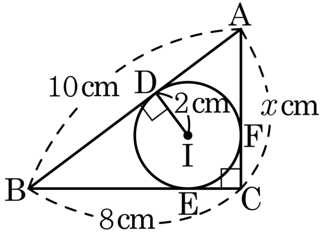
$\angle BIC = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \ \angle x = \angle A = 92°$

또, 점 I′ 이 삼각형의 내심일 때, $\angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D$ 이다.

$\angle y = \angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

20. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 가 내접원의 접점일 때, x 값을 구하여라.



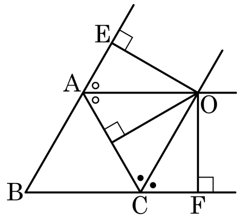
▶ **답 :** cm

▷ **정답 :** 6 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
내심의 반지름이 2 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 2$ 이다.
$\overline{BE} = 6 = \overline{BD}, \overline{AD} = 4 = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 두 각 $\angle A$, $\angle C$ 에 대한 외각의 이등분선이 만나는 점을 O 라 하자. 점 O 에서 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 연장선 위와 $\overline{AC}$ 에 각각 내린 수선의 발을 E, F, G 라고 할 때, $\overline{OE}=\dfrac{2}{3}\text{cm}$ 라고 한다. $\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}$ 를 구하여라.



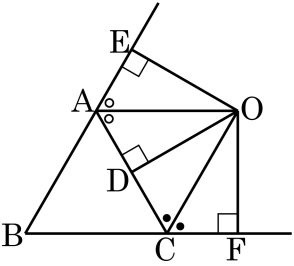
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle OAE$ 와 $\triangle OAG$ 에서
$\overline{OA}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle OAE=\angle OAG \cdots$ ㉡
$\angle OEA=\angle OGA=90^\circ \cdots$ ㉢
㉠, ㉡,㉢에 의해 $\triangle OAE \equiv \triangle OAG(RHA) \cdots$ ㉮
$\triangle OGC$ 와 $\triangle OFC$ 에서
$\overline{OC}$ 는 공통$\cdots$ ㉠
$\angle OCG=\angle OCF \cdots$ ㉡
$\angle OGC=\angle OFC=90^\circ \cdots$ ㉢
㉠, ㉡,㉢에 의해 $\triangle OGC \equiv \triangle OFC \cdots$ ㉯
따라서 ㉮,㉯ 에 의해 $\overline{OE}=\overline{OF}=\overline{OG}=\dfrac{2}{3}\text{cm}$
$\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}=2(\text{cm})$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$

② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$

④ $\overline{CD} = \overline{CF}$

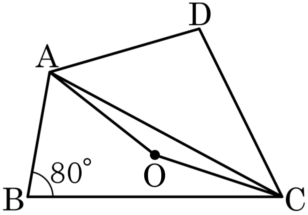
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

해설

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$, $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동)이므로

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

23. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$　② $40°$　③ $60°$　④ $80°$　⑤ $100°$

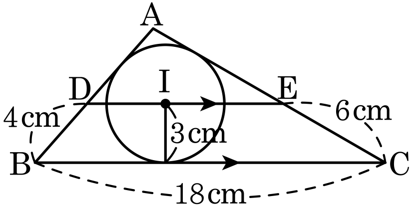
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

24. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $42\ \underline{cm^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$

또한, $\overline{DI} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\therefore \angle DBI = \angle DIB$

같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$

따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4cm$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6cm$ 이므로 $\overline{DE} = 10cm$ 가 된다.

사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\ cm^2)$ 이다.

25. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형

④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.