

1. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

- ① 칸토어 ② 유클리드 ③ 오일러
④ 골드바흐 ⑤ 가우스

해설

유클리드는 ‘소수가 무한이다.’ 라는 것을 증명하였습니다.

2. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

3. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

① (14, 22)

② (21, 49)

③ (27, 72)

④ (15, 58)

⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① $(14, 22) \Rightarrow 2$

② $(21, 49) \Rightarrow 7$

③ $(27, 72) \Rightarrow 9$

④ $(15, 58) \Rightarrow 1$

⑤ $(2, 20) \Rightarrow 2$

4. 세 자연수 8, 12, 16 의 최소공배수는?

① 24

② 32

③ 36

④ 40

⑤ 48

해설

만드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$(\text{최소공배수}) : 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$$

5. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

- ① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
(두 수의 곱)= 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

6. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$
- ㉡

$x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$
- ㉢

$4 \times 4 = 2^4$
- ㉤

$2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$
- ㉥

$\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

㉡

$x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$

㉢

$2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$

㉥

$\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

7. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

- ① 2, 3, 5 ② 2, 3 ③ 2
④ 3, 5 ⑤ $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

8. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

9. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

10. 최대공약수가 26인 두 자연수의 공약수인 것은?

- ① 4 ② 8 ③ 13 ④ 16 ⑤ 24

해설

공약수는 최대공약수의 약수
26의 약수: 1, 2, 13, 26

11. 다음 중 63의 약수가 아닌 것을 고르면?

① 1

② 3^2

③ 7

④ 3×7

⑤ 7^2

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

12. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개) 이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9 개 이다.

13. 다음 중 두 수 $2^2 \times 5^3 \times 11$, $2 \times 5^2 \times 11^2$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^2 \times 5^3 \times 11^2$

② $2^2 \times 5^4 \times 11^3$

③ $2^2 \times 5^3 \times 7 \times 11^2$

④ $2^3 \times 5^2 \times 11^2$

⑤ $2^3 \times 5^3 \times 11^4$

해설

최소공배수가 $2^2 \times 5^3 \times 11^2$ 이므로 5 의 지수가 최소공배수보다 작은 $2^3 \times 5^2 \times 11^2$ 는 공배수가 될 수 없다.

14. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.
- ① 70cm ② 80cm ③ 90cm
④ 100cm ⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

2) 16 20 8

2) 8 10 4

2) 4 5 2

2 5 1

∴ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$

15. 4, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 2 가 남는 수 중에서 400 에 가장 가까운 자연수는?

① 387 ② 399 ③ 401 ④ 416 ⑤ 422

해설

구하고자 하는 수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 4, 5, 6 의 공배수인 60, 120, 180, ... 이다.

이 중에서 400 에 가장 가까운 수는 $x - 2 = 420$ 이다.

$\therefore x = 422$