1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $x^2 = x^2 - 2x$

② $4x^2 = 2(x-1)^2 + 5$

③ $x^3 - 2x^2 + 3 = 2x^3 - 2x^2$

④ $x^2 + 1 = (x+1)(x-1)$

⑤ $x^2 - 5x = x(x+7)$

해설

② $4x^2 - 2(x-1)^2 - 5 = 2x^2 + 4x - 7 = 0$

2. 다음 중 $x = -2$ 가 해가 되는 이차방정식은? (정답 2 개)

① $x(x+2) = 0$

② $x^2 + 2x - 3 = 0$

③ $x^2 + 6x + 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

① $-2 \cdot (-2+2) = 0$

③ $(-2)^2 + 6 \cdot (-2) + 8 = 0$

3. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$

② $x=-2$ 또는 $x=3$

③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

$$(3x-2)(2x+3)=0$$

$$3x-2=0 \text{ 또는 } 2x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2}$$

4. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3) = 0$

② $x^2 + 2x = 0$

③ $3x^2 + x - 1 = 0$

④ $x^2 - 9x + 14 = 0$

⑤ $2x^2 - 8 = 0$

해설

④ $x^2 - 9x + 14 = 0$

$(x-2)(x-7) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 7$

5. 다음 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것은?

① $x^2 + 8 = 6x + 1$

② $6x^2 - 9x + 9 = 0$

③ $(x-2)^2 - x = 1$

④ $3x - 1 = 4x^2 - x$

⑤ $x^2 - 1 = 0$

해설

④ $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$(2x - 1)^2 = 0$

따라서 중근을 갖는다.

6. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$

$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

7. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

- ① 10 ② -10 ③ 3 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$(x-2)(x+5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

8. 이차방정식 $3(x-4)^2-9=0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$3(x-4)^2-9=0$$

$$(x-4)^2=3$$

$$x=4\pm\sqrt{3}$$

$$\therefore (4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=16-3=13$$

9. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$x^2 - 4x = -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$$

$$(x-2)^2 = 3$$

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 1$$

10. 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀었을 때, 유리수 해를 가지는 a 의 값을 모두 구하여라. (단, $a \geq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x = -a$ 이고 완전제곱식이 되도록 양변에 4 를 더하면
 $x^2 - 4x + 4 = -a + 4, (x - 2)^2 = -a + 4, x - 2 = \pm \sqrt{4 - a}, x = 2 \pm \sqrt{4 - a}$

유리수 해를 가져야 하므로 $4 - a$ 가 4, 1, 0 이어야 한다.

따라서 $4 - a = 0$ 일 때, $a = 4$ 이고, $4 - a = 1$ 일 때, $a = 3$ 이다.

또한, $4 - a = 4$ 일 때, $a = 0$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

12. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x+y=7$

▷ 정답: $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면
 $A(A-3)-28=0$
 $A^2-3A-28=0$
 $(A-7)(A+4)=0$
 $\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

13. 책을 펼쳐서 나타난 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 뒷 쪽의 쪽수를 구하여라.

▶ 답: 쪽

▷ 정답: 13 쪽

해설

펼쳐진 책의 쪽수를 $x-1$, x 라 하면

$$(x-1)x = 156$$

$$(x-13)(x+12) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 13$ (쪽)

14. 반지름이 r 인 원이 있는데, 이 원의 반지름을 3 만큼 늘였더니 넓이가 36π 가 되었다.

처음 원의 반지름 r 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\pi(r+3)^2 &= 36\pi \\ r^2 + 6r - 27 &= 0 \\ (r-3)(r+9) &= 0 \\ \therefore r &= 3 \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2+ax+8=0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+ax+8=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $a=-6$ 이다.

$x^2-6x+8=0$, $(x-4)(x-2)=0$ 이므로

다른 한 근은 $x=4$ 이다.

$3x^2-10x+b=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $b=-8$

$\therefore a-b=-6-(-8)=2$

16. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = \left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

따라서 $k = 5$ 또는 $k = -1$ 이다.

17. 이차방정식 $a(x-p)^2 = q$ 에서 $aq < 0$ 일 때, 근의 개수를 구하여라.
(단, 근이 2개이면 2, 1개이면 1, 근이 없으면 0이라고 써라.)

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$(x-p)^2 = \frac{q}{a}, x-p = \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$$

$$\therefore x = p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$$

$$aq < 0 \text{ 이므로 } \frac{q}{a} < 0$$

$$\therefore 0 \text{ 개}$$

18. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

19. 이차방정식 $x^2 + k(4x + 1) + 3 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 1개이므로 $x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

따라서 $D = (4k)^2 - 4(k + 3) = 0$ 이다.

$$4k^2 - k - 3 = 0$$

$$(4k + 3)(k - 1) = 0$$

$k > 0$ 이므로 $k = 1$

21. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

22. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

23. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 14개 일 때, n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14 \text{ 이므로}$$
$$n^2 - 3n - 28 = 0$$
$$(n+4)(n-7) = 0$$
$$n = 7 (\because n > 0)$$

24. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다. 또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

① 235 ② 325 ③ 532 ④ 523 ⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0이상 10미만의 정수이고
 r 은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=10 \cdots \text{㉠} \\ 4q=p+r \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡에서 $q=2$

$$100p+20+r=100r+20+p+198$$

$$p-r=2 \cdots \text{㉢}$$

$$q=2 \text{를 } \text{㉠} \text{에 대입하면 } p+r=8 \cdots \text{㉣}$$

㉢+㉣에서 $p=5, r=3$

따라서 구하는 수는 325이다.